

三角性质如何考

■ 高建彪



三角知识的考查,在高考中占有较大的比例,试卷中常有 2 个以上小题,1 个大题.而三角性质又是三角知识的重中之重.下面以 2004 年高考数学题为例进行常规分析与点评,因为这些高考题散见于各种网站和报刊,所以这里重点分析,不作详解.

一、图像变换

例 1. (04 年全国卷一.文理 9) 为了得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图像,可以将函数 $y = \cos 2x$ 的图像向 () 平移 () 个单位长度.

点评: 利用诱导公式“化同名”,再运用 $A \sin(\omega x + \varphi)$ 变换,理解熟记变换尤其重要.

二、最小正周期:

例 2. (04 年全国卷二.文理 11) 函数 $y = \sin^4 x + \cos^2 x$ 的最小正周期为 () .

点评: 目标是“化一”,手段是三角变形,关键是活用平方关系 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 、倍角公式 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ 与 $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$.

可求得 最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

三、最小值与最大值

例 3. (04 年全国卷三.理 14) 函数 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为__.

点评: 形如 $a \sin x + b \cos x$ 的函数都可“化一”为 $\sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi)$ 进行研究.若是研究给定区间上的最小值或最大值,需求出 φ .若是研究 R 范围内,则与 φ 无关.本题运用此法可求得 $y_{\min} = 2 \sin \frac{5\pi}{6} = 1$.

例 4 (04 年广东卷.9) 当 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 时, 函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x - \sin^2 x}$ 的最小值是 () .

点评: 通过“弦化切”、“配方法”与“二次函

数的性质”等途径.研究三角值域.容易求得 $f(x)$ 取最小值为 4.

四、单调区间

例 5. (04 年天津卷.理 9) 函数 $y = 2 \sin(\frac{\pi}{6} - 2x)$ ($x \in [0, \pi]$) 为增函数的区间是 () .

【解】增区间可由 $\frac{\pi}{2} + k\pi \leq \frac{\pi}{6} - 2x \leq \frac{3\pi}{2}$ 求得, 解得 $-\frac{2\pi}{3} - k\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{6} - k\pi$.

当 $k = -1$ 时, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$. 增区间为 $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$.

点评: 三角函数单调区间的研究,常用“整体思想”,注意结合三角函数的图像.在这里, x 的系数符号影响了单调性.

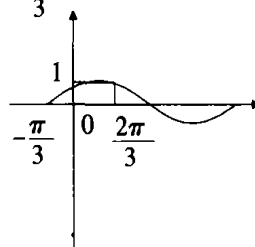
五、图像特征

例 6. (04 年辽宁卷.11) 若函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(部分)如图所示,则 ω 和 φ 的取值是 () .

A. $\omega = 1, \varphi = \frac{\pi}{3}$ B. $\omega = 1, \varphi = -\frac{\pi}{3}$

C. $\omega = \frac{1}{2}, \varphi = \frac{\pi}{6}$

D. $\omega = \frac{1}{2}, \varphi = -\frac{\pi}{6}$



点评: 由所给出部分图像,看出振幅 A 、周期 T 与初相 φ 等相关联系.关键是关注最高点与最低点,图像与坐标轴的交点等可得 $\varphi = \frac{\pi}{6}$. 选 C.

六、性质综合

例 7. (04 年重庆卷.文理 17) 求函数 $y = \sin^4 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^4 x$ 的最小正周期和最小值;并写出该函数在 $[0, \pi]$ 的单调递增区间.

点评: 三角性质的研究,“化一”是主要手段,同时要结合三角函数的图像进行分析,并注意整体意识.本题运用化积就可得到函数在 $[0, \pi]$ 的单调递增区间为 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 、 $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$.

小结语: 常见的题型,常用的解题方法,常考的知识点,这些都需要我们反复练习,达到熟能生巧的程度,从而形成一定的解题能力和解题技巧.我们可以练习做做 2004 年全国卷一.理 17 题: 求函数 $f(x) = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x}{2 - \sin 2x}$ 的最小正周期、最大值和最小值(答案: $\pi, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$).

(作者单位: 中山市东升镇高级中学)

特约编校 刘会金