2005年高考广东数学卷客观题评析

■高建彪

2005年高考广东数学试卷的客观题部分，突出了对学生的基础知识和基本技能的考查，高中数学各知识板块的相应考查的客观题题号与分值如下表：

章节	集合简易逻辑	函数	数列	三角函数	平面向量	不等式	直线和圆	圆锥曲线	立体几何	排列组合概率	概率与统计	极限	导数	复数
题号	①	⑨	⑩	⑬	⑫	⑪		⑤	④⑦	⑧⑬		③⑭	⑥	②
分值	5	5	5	5	5	5		5	10	10		10	5	5
得分														

从以上统计表可以看出，在客观题部分注重了知识的覆盖面较为广泛，兼顾了试题的基础性、综合性和现实性.下面评析试卷中几道典型的客观题.

一、立几客观题，线面关系经久不衰

直线、平面、简单的几何体这一立体几何知识块，在每年的高考客观题中都出现1~2个，而常见的是考查线与线、线与面、面与面之间的垂直与平行的判定和性质，以及对4个命题进行检查判断的形式出现.

第7题. 给出下列关于互不相同的直线m、l、n和平面α、β的四个命题：

①若$m\subset\alpha$,$l\cap\alpha=A$,点$A\notin m$,则l与m不共面；

②若m、l是异面直线,$l//\alpha$,$m//\alpha$, 且$n\perp l$,$n\perp m$,则$n\perp\alpha$;

③若$l//\alpha$,$m//\beta$,$\alpha//\beta$,则$l//m$;

④若$l\subset\alpha$,$m\subset\alpha$,$l\cap m=$点A,$l//\beta$,$m//\beta$,则$\alpha//\beta$.

其中为假命题的是(　　).

A.①　　B.②　　C.③　　D.④

【立意】本题以选择题形式考查判断题，在较宽的知识点范围内考查直线、平面的位置关系的基础知识和空间想象能力与逻辑思维能力.

【解答】分析命题①时，由已知$l\cap\alpha=A$,得到l是过平面α外一点且过平面α内一点A的直线，根据异面直线定义,得到与平面内不过点A的直线m异面,所以①正确.

分析命题②时，由已知可以将l,m平移到α内且相交,根据线面垂直的判定定理,得到$n\perp\alpha$,所以②正确.

分析命题③时，由已知$l//\alpha$,$m//\beta$,$\alpha//\beta$,可以得到l与m的三种位置关系:平行、相交、异面.所以③错误.

分析命题④时，根据面面平行的判定定理，可以得到$\alpha//\beta$. 所以④正确.

综上分析，选择答案C.

【评价】试题表面对4个命题进行检查判断，但逻辑思维能力强的学生可以只对其中几个命题判断即可. 若对4个命题都进行判断，则可以从两个角度肯定自己的选择，提高选择的准确性. 该题要求对知识熟练掌握且空间想象能力较强，我们可以用手掌和手指等实物进行演示研究. 它也考查了几何问题中的证明与反驳能力.

二、概率客观题，融入数学思想解题：

在新课程高考试卷中，越来越重视新增加的概率、期望与方差、导数等数学内容，并常常结合新增知识点解决实践应用问题. 而概率问题常以抛骰子等生活情景为背景，研究时可结合相关的概率公式，同时注意一些基本方法与数学思想的融汇.

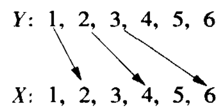
第8题. 先后抛掷两枚均匀的正方体骰子（它们的六个面分别标有点数1、2、3、4、5、6），骰子朝上的面的点数分别为X、Y,则$\log_{2X}Y=1$的概率为(　　).

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{5}{36}$

C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{1}{2}$

【立意】主要考查古典概型中的等可能事件的概率计算，也结合到概率之外的对数简单运算，体现了对知识简单综合运用的能力要求.

【解答】由$\log_{2X}Y=1$, 得$2X=Y$.



两枚骰子朝上面的点数情况共有6×6=36种，满足条件$2X=Y$的情况如右图所示，有3种情况.

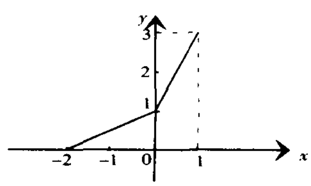
∴所求概率为$\frac{3}{6\times6}=\frac{1}{12}$.选C.

【评价】用图表来进行研究，体现了数形结合思想的运用. 把骰子点数的可能情况列举出来，实质也是分类讨论思想的简单再现，这里仅考虑所有的可能情况. 要注意X、Y分别代表先后两枚骰子朝上的面的点数，顺序不能变.

三、函数客观题，数形结合是法宝

函数是高中数学中十分重要的一个知识点，而函数图象又是研究函数性质的重要工具，是历年高考数学的一个热点内容，两者紧密联系的纽带就是数形结合这一重要数学思想的运用，两者的联系，也使得数形结合思想方法成为解决数学问题的法宝.

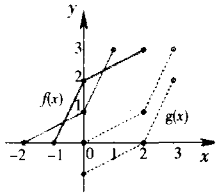
第9题. 在同一平面直角坐标系中，函数$y=f(x)$和$y=g(x)$的图象关于直线$y=x$对称. 现将$y=g(x)$的图象沿x轴向左平移2个单位，再沿y轴向上平移1个单位，所得的图象是由两条线段组成的折线(如图所示)，则函数$f(x)$的表达式为(　　).



A. $f(x)=\begin{cases}2x+2, -1\leqslant x\leqslant 0\\ \frac{x}{2}+2, 0<x\leqslant 2\end{cases}$　B. $f(x)=\begin{cases}2x-2, -1\leqslant x\leqslant 0\\ \frac{x}{2}-2, 0<x\leqslant 2\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}2x-2, 1\leqslant x\leqslant 2\\ \frac{x}{2}+1, 2<x\leqslant 4\end{cases}$　D. $f(x)=\begin{cases}2x-6, 1\leqslant x\leqslant 2\\ \frac{x}{2}-3, 2<x\leqslant 4\end{cases}$

【立意】为了加强对知识综合性运用的能力，此题考查了多个知识点，既考查了反函数图象特征，也考查了函数图象平移变换和对称变换，此外还涉及到分段函数图象.



【解答】把两段折线的图象，向右平移 2 个单位，再沿 y 轴向下平移 1 个单位，得到 $y=g(x)$ 的图象. 再将 $y=g(x)$ 图象关于直线 $y=x$ 对称，作出 $y=f(x)$图象，如图所示.

根据所得的图象，得到函数的表达式. 所以选 A.

【评价】本题有一定的创意，形式新颖、自然，对函数中的一些知识点考查比较灵活，体现了高考中对知识和技能活用的要求，而不是简单的套用知识，对我们处理问题时的逆向思维能力提出了要求.

四、数列客观题，递推通法来研究

数学学习中既要重视技能技巧的形成，但也不能忽视通法的熟练运用，只有基础知识和基本思想方法的扎实，才能形成解题的技能技巧. 数列章节的通法较多，如数列求和的各种方法，递推数列的常见变形等.

$\boxed{\text{第 10 题}}$. 已知数列$\{x_n\}$满足 $x_2=\frac{x_1}{2}$，$x_n=\frac{1}{2}(x_{n-1}+x_{n-2})$，若$\lim\limits_{n\to\infty} x_n=2$，则 $x_1=$(　　).

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【立意】重点考查递推数列中的叠加通法，也简单交汇考查数列极限. 设计此题，对代数变形能力提出较高的要求.

【解答】由 $x_2=\frac{x_1}{2}$，得到 $2x_2=x_1$ ……(1).

将 $x_n=\frac{1}{2}(x_{n-1}+x_{n-2})$变形为 $2x_n=x_{n-1}+x_{n-2}$，可以得到

$2x_3=x_2+x_1$　　……(2),

$2x_4=x_3+x_2$　　……(3),

……

$2x_{n-1}=x_{n-2}+x_{n-3}$ ……$(n-2)$,

$2x_n=x_{n-1}+x_{n-2}$ …… $(n-1)$.

把以上(1)、(2)…　$(n-1)$各式相加，得到

$2(x_2+x_3+\cdots+x_n)=2x_1+2x_2+\cdots+2x_{n-2}+x_{n-1}$,

解得 $x_1=x_n+\frac{1}{2}x_{n-1}$.

而$\lim\limits_{n\to\infty} x_1=\lim\limits_{n\to\infty}(x_n+\frac{1}{2}x_{n-1})=2+\frac{1}{2}\times 2=3$，即 $x_1=3$，所以选 B.

【评价】递推数列是学习中的一个难点，它需要我们在思维层次上有较高的理解. 此题比较深刻地考查了叠加方法，而数列中递推关系的变形，需要我们根据已知递推式的具体特点来确定所选用的方法.

五、三角与二项展开式，交汇考查综合能力

知识的综合性，是从学科的整体高度考虑问题. 高考中的客观题，往往是两个及以上知识点之间的交汇考查，可以让我们重视各部分知识之间的横向联系.

$\boxed{\text{第 13 题}}$. 已知 $(x\cos\theta+1)^5$ 的展开式中 x^2 的系数与 $(x+\frac{5}{4})^4$ 的展开式中 x^3 的系数相等，则 $\cos\theta=$______.

【立意】以一种创新的形式考查二项展开式与其它知识点之间的综合，本题选择与三角的综合，且突出了计算二项展开式系数的重要性.

【解答】$(x\cos\theta+1)^5$ 的展开式中，$T_{3+1}=C_5^3\ (x\cos\theta)^2=C_5^3\cos^2\theta(x^2)$.

$(x+\frac{5}{4})^4$ 的展开式中，$T_{1+1}=C_4^1x^2\ (\frac{5}{4})\ =5x^2$.

$\therefore C_5^3\cos^2\theta=5$，解得 $\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【评价】作为二项式定理的试题，综合形式颇为新颖，也较好地考查了代数计算能力. 基础知识扎实的学生，能够快速作答.

六、数学归纳法老题，巧作一题两空填空

数学归纳法在高中数学新教材中，由以前《数列》章节移至了《极限》章节，也降低了其在解答题中考查的可能性. 近几年的高考中，偶尔以一道客观题出现，或是解答题中的一小问.

$\boxed{\text{第 14 题}}$. 设平面内有 n 条直线$(n\geqslant 3)$，其中有且仅有两条直线互相平行，任意三条直线不过同一点. 若用$f(n)$表示这 n 条直线交点的个数，则$f(4)=$________；当 $n>4$ 时，$f(n)=$__________.(用 n 表示)

【立意】一题两空是广东高考数学卷中填空题的新形式，结合数学归纳法出现一题两空，较好再现数学归纳法的基本思想. 并源于教材(高三选修Ⅱ第 66 页例 5)进行改编.

【解答】先作两条平行直线，然后作第 3 条直线与两条平行直线相交，得到交点个数$f(3)=2$，再作第 3 条直线与前面 3 条直线都相交，则交点个数为 $f(4)=2+3=5$.

第 n 条直线与前面的 $n-1$ 条直线都相交，增加了 $n-1$ 个交点. 则

$f(n)=2+3\cdots+(n-1)=\frac{2+(n-1)}{2}\times(n-2)=\frac{1}{2}(n^2-n-2)$.

所以，$f(4)=5$，$f(n)=\frac{1}{2}(n^2-n-2)$.

【评价】数学归纳法是一种完全归纳，归纳的基础易由实例求得，递推关系可以相近的 $n-1$ 与 n 进行研究探索后得到. 两空的难易程度十分合理，第一空简单易求，第二空难度有所增加，需要学生具备较高层次的数学思维能力. 本次客观题中没有直线和圆的内容，而此题以直线这一解析几何背景，交汇数学归纳法这一数学思想方法的考查，也考查了探索研究的创新能力.

2005 年的广东高考数学试卷的客观题部分，在较大的知识范围内，实现了对高中数学基础知识、基本能力和基本思想方法的考查，有效的考查了逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力，以及灵活和综合地运用数学知识解决问题的能力. 若在个别试题的背景上赋予创新，在一个题目的设置上加大区分度，则能取得更好的测评效果.

(作者单位：中山市东升高中)

特约编校　刘会金