2010年广东高考数学试卷评析

■许少华 程正清

2010年广东高考数学试卷分文、理两卷，共性是观点明确、特点突出，都有一批求新、求稳、突出重点的好题.既考查了考生在高中阶段所学知识的掌握程度，又考查了考生进入高校继续学习的数学潜能，都是融知识、能力、素质于一体的优秀试卷.这对今后的教学起着重要的导向作用.下面全面分析一下试卷，供参考：

一、抽样得分情况

由于计算机的应用，使得分数统计方便了很多.在阅卷过程中，从一个小组（一万份以上）的记录，可以看出各小题的平均分.文科：11~13题平均得分9.49分；选做题平均得分3.85分；16题平均得分9.19分；17题平均得分9.31分；18题平均得分5.74分；19题平均得分4.89分；20题平均得分1.14分；21题平均得分1.12分；理科：9~13题平均得分18.78分；选做题平均得分3.34分；16题平均得分11.42分；17题平均得分7.89分；18题平均得分7.43分；19题平均得分7.7分；20题平均得分1.47分；21题平均得分2.09分.

这些枯燥的数字能说明什么？大的方面，可以看出全省对于相应知识与技能的教学情况、考生的掌握情况；小的方面，可以让同学们了解对相应知识的掌握是否可以达到全省的平均水平.有一个全省的基准线，随时可以参照.

二、试题特点

今年高考题的个性突出、特点鲜明，下面针对试题特点谈谈个人浅见.

1. 基础题，推陈出新.

理科卷中第1、2、3、9、10、16（1)(2）等；文科卷中第1、2、3、5、7、8、12都是基础题，这些题目所要求的是基本的运算能力.只要对题目涉及的基础知识比较熟悉，再按照常规方法进行求解，运算比较细心，基本上都可以牢牢地得满分.由于这些题目在试卷的排版上都靠前，因此，对考生是一种安慰和鼓励，让考生普遍感觉，题目平易近人.显然，这对于考生的正常发挥起到了积极作用，也是“以人为本”的社会理念在高考试卷中的重要体现.

但，基础题不等于送分题，请看：

例1. 理科第9题：函数$f(x)=\lg(x-2)$的定义域是________.

分析与点评： 这道题应该说够简单的了，由于它是填空题，如何表述这个答案是关键.是$x>2$吗？不是，函数定义域的表示有两种形式：一是集合，二是区间.不规范的表示，肯定是不能得分的.

例2. 理科第9题：已知圆心在x轴上，半径为$\sqrt{2}$的圆O位于轴y左侧，且与直线$x+y=0$相切，则圆O的方程是________.

分析与点评： 待定系数法是求曲线方程的重要方法，而此法正是在圆与方程这一节中介绍的.能否准确应用直接影响着本题的求解.设圆心为（a，0)，则方程为$(x-a)^2+y^2=2$，因为与直线$x+y=0$相切，得$\frac{|a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Rightarrow a=\pm2$，由于圆$O$位于$y$轴左侧，所以$a=-2$，得方程为$(x+2)^2+y^2=2$.注意“位于$y$轴左侧”不可漏掉，否则，将前功尽弃.

2. 常规题，引人入胜.

无论多么新颖的试卷，一定存在着常规题，高考卷更不例外，关键是这些试题以什么样的“容颜”呈现在考生面前？今年的试题个性突出，请看：

例3. 理科第9题已知$\{a_n\}$为等比数列，S_n是它的前n项和.若$a_2\cdot a_3=2a_1$，且a_4与$2a_7$的等差中项为$\frac{5}{4}$，则$S_5=$（ ）

A. 35　　B. 33　　C. 31　　D. 29

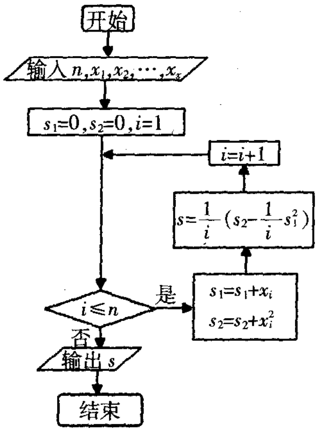
分析与点评： 从方程的角度出发，不难看出只要设出公比q，很容易将条件转化为a_1、q的方程组，解方程产生a_1、q的值，再代入前5项和的公式即可产生结论.看看计算吧！

设公比为q，则$\begin{cases}a_1q\cdot a_1q^2=2a_1,\\ a_1q^3+2a_1q^6=\frac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1q^3=2,\\ a_1q^3+2a_1q^3\cdot q^3=\frac{5}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a_1q^3=2,\\ q^3=\frac{1}{8}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=16,\\ q=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow S_5=\frac{a_1(1-q^5)}{1-q}=31$.这是等比

数列的常规题，主要考查基本运算，难吗？不难.运算量大吗？也不大.但必须注重基本算理，掌握运算中整体的“巧”与“妙”方能快速产生结论.

例4. 理科第13题：某城市缺水问题比较突出，为了制定节水管理办法，对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查，其中 n 位居民的月均用水量分别为 x_1，…，x_n（单位：吨)，根据图2所示的程序框图，若 $n=2$，且 x_1，x_2 分别为1,2，则输出地结果 s 为____.



解析与点评：运行一下是求解此类题的基本方法，

第一步：$i=1$，$s_1=s_1+x_1=1$，$S_2=s_2+x_1^2=1$，$s=0$；

第二步：$i=1, s_1=s_1+x_2=3, s_2=s_2+x_2^2=5, s=\frac{1}{2}(s_2-\frac{1}{2}s_1^2)=\frac{1}{4}$.

在这些眼花缭乱的替换中，你能阵脚不乱吗？它不仅要求你有娴熟的运算能力，还要求你必须始终保持高度清醒的头脑.

3. 创新题，新而不怪.

本套卷中的创新力度是较大的，有些题目的设计相当漂亮. 如：

例5. 文科第10题：在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上定义两种运算和如下：

$\oplus$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

$\otimes$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	c	a
d	a	d	a	d

那么 $d\otimes(a\oplus c)=$（　　）

A. a　　B. b　　C. c　　D. d

分析与评：由 $\oplus$ 的定义可知 $a\oplus c=c$，又由 $\otimes$ 的定义可知 $d\otimes c=a$.多么漂亮的试题，只要抓住定义，细心观察，便会立即产生答案.

例6. 理科第8题：为了迎接2010年广州亚运会，某大楼安装5个彩灯，它们闪亮的顺序不固定，每个彩灯彩只能闪亮红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色，且这5个彩灯闪亮的颜色各不相同.记这这5个彩灯有序地各闪亮一次为一个闪烁.在每个闪烁中，每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮，而相邻两个闪烁的时间间隔均为5秒.如果要实现所有不同的闪烁，那么需要的时间至少是（　　）

A.1205秒　　B.1200秒

C.1195秒　　D.1190秒

分析与点评：首先要“不同的闪烁个数”，其次，要分析每个“闪烁”所用的时间.由于，所有不同的闪烁个数也就是“红、橙、黄、绿、蓝”在5个位置上的不同排列，因此，个数为 $A_5^5=120$.又因为相邻两闪烁之间的间隔为5秒，而每一个间隔的时间也是5秒，因此，需要的时间至少是 $120\times10-5=1195$.

这些题目无论是从基本结构、还是从表述形式，一看便有一种想征服它的欲望.当完成求解，再回过头来欣赏这些题目时，可以发现构思巧妙、结构新颖，堪称妙题.

4. 应用题，悄悄加码.

考试说明对应用意识要求较高，它指出：能综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题，包括解决在相关学科、生产、生活中简单的数学问题；能理解对问题陈述的材料，并对所提供的信息资料进行归纳、整理和分类，将实际问题抽象为数学问题，建立数学模型；应用相关的数学方法解决问题并加以验证，并能用数学语言正确地表达和说明.

应用题是高考的一棵“长青树”，始终焕发着时代气息，看看今年高考试题：理科第8题、第13题、第17题、第19题.累计分值多达34分，约占全卷的五分之一.文科第11题、第12题、第17题、第19题.累计分值也是34分，同样大概占全卷的五分之一.文、理都是如此，足以可见不是什么偶然现象.涉及知识从排列、组合、程序框图、统计概率、独立性检验到线性规划等.涉及题型也是选择题、填空题、解答题样样都有.

这是不是一种信号？它告诉我们依据现实的生活背景，提炼相关的数量关系，构造数学模型，将现实问题转化为数学问题，并加以解决将是下一步高考改革方向，当然，它也必将重新掀起高中数学教学侧重于应用意识的培养之风.

5. 压轴题，刚柔相济.

压轴题，也就是最后一题，很多人都会认为压题最难，其实今年的压轴题并非是最难的题，可以说是有难有易的刚柔相济试题.

例7. 设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ 是平面直角坐标系 xOy 上的两点，先定义由点 A 到点 B 的一种折线距离 $\rho(A,B)$ 为 $\rho(A,B)=|x_2-x_1|+|y_1-y_2|$.

对于平面 xOy 上给定的不同的两点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$

(1) 若点 $C(x,y)$ 是平面 xOy 上的点，试证明 $\rho(A,C)+\rho(C,B)\geqslant\rho(A,B)$;

(2) 在平面 xOy 上是否存在点 $C(x,y)$,同时满足①$\rho(A,C)+\rho(C,B)=\rho(A,B)$；②$\rho(A,C)=\rho(A,B)$；

若存在，请求所给出所有符合条件的点；若不存在，请予以证明.

分析与点评:对于第一问,大家会想到先写出 $\rho(A,C)$、$\rho(C,B)$ 及 $\rho(A,B)$,看看到底是个什么“东西”,也许不写不知道,写了,还真的吓一跳,$\rho(A,C)=|x_1-x_1|+|y-y_1|$, $\rho(C,B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$,$\rho(A,B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$,再一对照第一问的结果，这不是绝对值不等式吗？就这么一步到位，还真是太“温柔”了.

第二问呢?由于“$\rho(A,C)+\rho(C,B)=\rho(A,B)$”,也就是第一问中取等号，由 $|x-x_1|+|x_2-x|\geqslant|x_2-x_1|$ 等号成立，可得 $(x-x_1)(x_2-x)\geqslant0$,于是,第一问等号成立即为 $(x-x_1)(x_2-x)\geqslant0$ 且 $(y-y_1)(y_2-y)\geqslant0$,不失一般性,设 $x_1\leqslant x_2$,则 $x_1\leqslant x\leqslant x_2$.

(1)若 $y_1\leqslant y_2$,由 $(y-y_1)(y_2-y)\geqslant0$ 得 $y_1\leqslant y\leqslant y_2$,结合 $x_1\leqslant x\leqslant x_2$ 可知,点 $C(x-y)$ 在矩形内部或在边界上.

而“$\rho(A,C)=\rho(C,B)$”呢？也就是 $|x-x_1|+|y-y_1|=|x_2-x|+|y_2-y|$ 即 $y=-x+\frac{x_1+x_2+y_1+y_2}{2}$.

设 AB 中点为 (x_0,y_0)，则 $y=-x+x_0+y_0$，此时，点 C 存在，所有符合条件的点构成过 AB 中点、斜率为-1且位于矩形区域内的线段(包括端点）.

(2) 若 $y_1>y_2$，由 $(y-y_1)(y_2-y)\geqslant0$，得 $y_2\leqslant y\leqslant y_1$ 且 $x_1\leqslant x\leqslant x_2$.

由第二个条件，得 $y=-x-\frac{x_1+x_2-y_1-y_2}{2}$.

设 AB 中点为 (x_0,y_0)，则 $y=x-x_0+y_0$，此时，点 C 存在，所有符合条件的点构成过 AB 中点、斜率为1且位于矩形区域内的线段（包括端点）.

由(1)(2)可知点 $C(x,y)$ 是存在的，所有符合条件的点构成过 AB 中点、斜率为-1或1且位于矩形区域内的线段（包括端点）.

此题难吗？不难.简单吗？不简单.怎么评价？有难有易、刚柔相济.

6. 陷阱题，假象巧妙.

一套好的试题，一定存着一些思维陷阱型的试题，用以考查思维的严谨性、全面性.

例8. 理科第6题(文科第9题)：如图1，△ABC 为正三角形,$AA'//BB'//CC'$，$CC'\perp$ 平面 ABC 且 $3AA'=\frac{3}{2}BB'=CC'=AB$,则多面体 $ABC-A'B'C'$ 的正视图(也称主视图)是

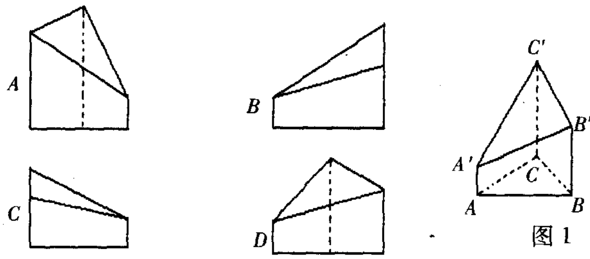
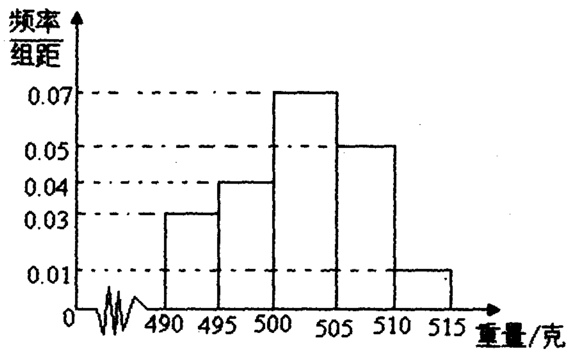


图1

分析与点评：看看图一的一个侧面 $A'ABB'$，再看另一个侧面 $A'ACC'$，由于从图一上观察可知 $BB'<CC'$，于是立选答案B. 其实，是错误的.注意到 AB 处在水平位置又加上△ABC 为正三角形，因此正确答案为D，也许会出乎意料.

例9. 某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况，随机抽取该流水线上40件产品作为样本算出他们的重量（单位：克）重量的分组区间为(490,495]，(495,500]，…，(510,515]，由此得到样本的频率分布直方图，如下图所示.



(1) 根据频率分布直方图，求重量超过505克的产品数量.

(2) 在上述抽取的40件产品中任取2件，设 Y 为重量超过505克的产品数量，求 Y 的分布列.

(3) 从该流水线上任取5件产品，求恰有2件产品的重量超过505克的概率.

分析与点评：第一问很简单，易得结论为12.

第二问呢？是超几何分布，其分布列为 $P(Y=i)=\frac{C_{12}^{i}C_{28}^{2-i}}{C_{40}^{2}}$ $(i=0,1,2)$.

第三问可以认为是求5次独立重复试验恰的两次发生的概率,于是,问题落在如何求一次发生的概率,由 $P=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$ 即可完成.也就是二项分布 $X\sim B(5,\frac{3}{5})$,由此可得本小问的答案为 $P(X=2)=C_5^2(\frac{3}{10})^2(1-\frac{3}{10})^3=\frac{3087}{1000}$.

本题可不一般，阅卷中就发现很多同学“中招”，有的将第二与第三问都认为是超几何分布，也有的将

一道高考数学填空题的分析及其启示

■童其林

2010年的福建高考第15题是填空题中的最后一题，作为填空题的最后一题命题都会设置一定的难度.怎么解好这个题目呢？除了要有扎实的基础知识外，还要有一些应变能力，因为这些问题都有一定的新颖性，不过化新为旧，陌生问题熟悉化，是我们应该有的意识.

题目：（2010福建高考理科数学第15题）已知定义域为$(0,+\infty)$的函数$f(x)$满足：(1)对任意$x\in(0,+\infty)$，恒有$f(2x)=2f(x)$成立；(2)当$x\in(1,2]$时，$f(x)=2-x$.给出如下结论：①对任意$m\in Z$，有$f(2^m)=0$；②函数$f(x)$的值域为$[0,+\infty)$；③存在$n\in Z$，使得$f(2^n+1)=9$；④“函数$f(x)$在区间(a,b)上单调递减”的充要条件是“存在$k\in Z$，使得$(a,b)\subseteq(2^k,2^{k+1})$”.其中所有正确结论的序号是________.

1. 探索求解.

看一遍这个题目，第一感觉就是抽象，不易下手.若能化抽象为具体，问题便很容易找到解决的办法.已知$x\in(1,2]$时，$f(x)=2-x$，当x取其他值时，能转化为这个解析式吗？我们试试.

对①，$m=0$时，$f(2^0)=f(1)$，不知道结果，先看$m=1$，$f(2^1)=2-2=0$，而$f(2)=f(2\times1)=2f(1)\Rightarrow f(1)=0$，$m=2$时，$f(2^2)=f(2\times2)=2f(2)=0$，…

由此可知$m\in N$时，$f(2^m)=0$.

第二问与第三问都认为是二项分布.像这样的巧妙陷阱，恰好击中要害.使教与学的问题暴露无遗.在这我真的要大赞此题设计得绝妙无比.

7. *观美玉，吹毛求疵.*

任何一套试题的设计都不会刻意追求知识点的完全覆盖，也不提倡课时比例吻合于分数比例，但“社会公理”是：付出与回报基本一致.理科试题导数及其应用未见命题，而这一块的内容是24课时，占总课时量的比为7.4%.相比之下，线性规划，课时量为4课时，设计一道12分的解答题，实在让人费解.

三、一点启发

面对上述的分析，在下一年的高考复习中我们需要从下述几个方面入手：

1. 注重基础知识的全面性.由于考试题目涉及知识的覆盖面较广，因此，要注意全面掌握基础知识与基本技能；不可随意地划定“不考”内容，而轻易地放松或降低要求；要贯彻“普遍撒网，重点摸鱼”的复习策略.

2. 注重思想方法，强化解题过程.根据考查的能力类型与能力要求的层次，我们必须注重数学思想方法，要在基本数学思想方法(如：函数思想、数形结合思想、分类思想及化归思想)的传授上狠下功夫，强化解题过程，特别关注解题过程中的思维能力和运算能力.

3. 以逻辑思维能力为核心，结合运算能力、推理能力与分析能力的特点，强化结合运算能力、推理能力与分析能力，特别关注“怎样想”.同时，一定保证当知道“怎么算”以后能产生正确答案.

4. 从图形的观察、分析、变换、抽象入手，培养同学们的想象能力、抽象能力及提取解题信息的能力.

5. 抓住新增内容的特点，注重新增内容是高考试题新的创新点，及它与其它知识的交汇性，更要注意新情境下，设计的新问题.

6. 注意知识的网络结构，导数、函数的单调性、函数的最值、可转化为函数最值的常规问题，数列的的运算与常规技能；由于这两部分知识都是中学数学的重要内容，而在2010年（特别是理科）考得很少，下一年绝不可小视.

最后，我们知道数学是思维的体操，数学考试应该是思维能力测试、是发展潜能的测试.因此，2011年的高考复习一定要有创新，要将研究性学习、自主探索性学习溶解在常规学习过程中，对于重要知识、重要技能一定要懂得建构.当新的知识通过自己建构，纳入自己的认知范围，思维就可以活跃、应用就可以得心应手.愿你2011年高考有个好的“收成”.

责任编校　徐国坚