

广东省高考从2007年开始就进入了新课标时代,新的理念引领着新的命题思维.每年高考出现的优秀试题,不仅像一把量尺将同学们的学习能力区分出不同层次,也像一根指挥棒,准确地指引了课改的方向.

新知识,尽显数学潜能

◎ 广东中山第一中学 许少华

综观近几年的广东高考数学试题,其特点是新增知识得到了重点考查.围绕新增知识设计出一系列好题,既能全面深入地考查同学们的计算能力、对知识的理解及运用能力、思维的有序性和严谨性等,又能考查同学们进入高校继续学习数学的潜能.

1. 思维的有序性

程序框图的基本思想是处理问题的步骤与方法,它是新课改高考的一个热点,考查同学们思维的有序性.

例1 (2009年广东卷)随机抽取某产品 n 件,测得其长度分别为 a_1, a_2, \dots, a_n ,则图1所示的程序框

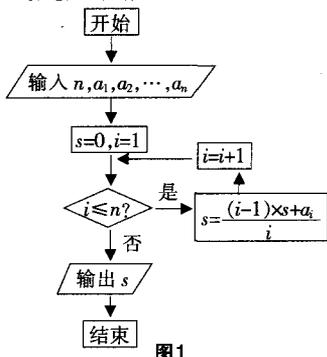


图1

图输出的 $s = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$, s 表示的样本的数字特征是_____。(注:框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“:=”)

思路点拨 求程序的输出结果是程序框图问题中最为基本和常见的一种,此类题目是近年高考命题中的常见形式.求解时,要一步一步地运行程序,并通过“阶段性”的运行结果产生最终结论.

运行第一步的结果为 $s = a_1$;运行第二步的结果为 $s = \frac{a_1 + a_2}{2}$;...;运行第 n 步的结果为 $s = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.所以 s 表示的样本的数字特征是: n 个数的平均数.

2. 捕捉和应用信息

图表给出的信息十分丰富,同学们在做题时,要善于从中捕捉有用的信息,并应用这些信息解题.

例2 (2009年广东卷)随机抽取某中学甲、乙两班各10名同学,测量他们的身高(单位:cm),获得身高数据的茎叶图,如图2所示.

甲班	乙班
2	18 1
9 9 1 0	17 0 3 6 8 9
8 8 3 2	16 2 5 8
8	15 9

图2

(I)根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高;

(II)计算甲班的样本方差;

(III)现从乙班这10名同学中随机抽取两名身高不低于173 cm的同学,求身高为176 cm的同学被抽中的概率.

思路点拨 对于茎叶图,首先要将图中的数据“还原”出来,即得出各班10名同学的具体身高,再通过身高数据进一步求解.于是对(I),由茎叶图可知,甲班同学身高集中在160~179 cm之间,而乙班同学身高集中在170~180 cm之间.因此,乙班同学的平均身高高于甲班.对(II),因 $\bar{x} = 170$ cm,故甲班的样本方差为572.对(III),设身高为176 cm的同学被抽中的事件为 A ,而乙班10名同学的身高中不低于173 cm的身高为173 cm, 176 cm, 178 cm, 179 cm, 181 cm,故 $P(A) = \frac{C_1^4}{C_5^2} = \frac{2}{5}$.

3. 空间想象能力

三视图是考查空间想象能力的重要工具. 近年的高考題中既有基本的视图问题, 又有立体几何中的常规计算问题, 还有命题型问题, 同学们必须重视.



例3 (2008年广东卷) 将正三棱柱截去三个角(如图3所示, A, B, C 分别是 $\triangle GHI$ 三边的中点)得到几何体(如图4), 则该几何体按图4所示方向的侧(左)视图为()

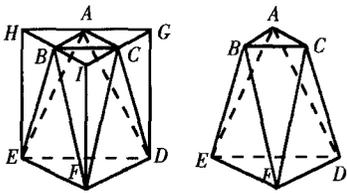
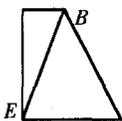
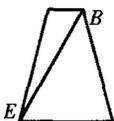


图3

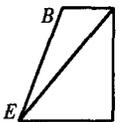
图4



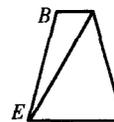
A



B



C



D

思路点拨 求解三视图的问题, 首先要认清几何体的特征, 其次要注意观察的位置. 对本题而言, 首先是要弄清楚上底面与侧面, 由于 A, B, C 是原几何体上底面的中点, 而原几何体的上底面是正三角形, 于是 $\triangle ABC$ 也是正三角形; 然后从左边进行观察. 此时, 注意两点: ①截得的几何体的一个侧面 AED 与底面是垂直的, 于是从左边看过去应该出现竖线和下方的水平线垂直; ②原几何体中, 直线 BC 与平面 $HEDG$ 平行, 于是从左边看

过去, 平面 BCF 应该是一条直线. 故答案选 A.

4. 算理的基本运用

概率统计的计算量是比较大的, 而广东高考数学的要求是“重算理、轻运算”, 也就是说, 只要同学们知道如何计算, 一般都能得出结果.



例4 (2009年广东卷) 根据空气质量指数 API (为整数) 的不同, 可将空气质量分级如表 1.

表 1

API	0~50	51~100	101~150	151~200
级别	I	II	III ₁	III ₂
状况	优	良	轻微污染	轻度污染
API	201~250	251~300	>300	
级别	IV ₁	IV ₂	V	
状况	中度污染	重度污染	重度污染	

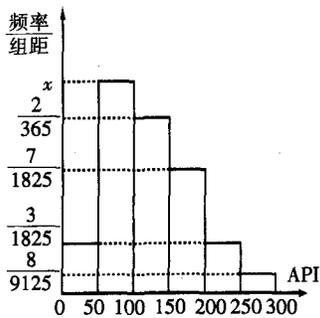


图5

对某城市一年(365天)的空气质量进行监测, 获得的 API 数据按照区间 $[0, 50], (50, 100], (100, 150], (150, 200], (200, 250], (250, 300]$ 进行分组, 得到频率分布直方图如图 5.

(I) 求直方图中 x 的值;

(II) 计算一年中空气质量分别为良和轻微污染的天数;

(III) 求该城市某一周至少有 2 天的空气质量为良或轻微污染的概率. (结果用分数表示, 已知 $5^7 =$

$$78125, 2^7 = 128, \frac{3}{1825} + \frac{2}{365} + \frac{7}{1825} +$$

$$\frac{3}{1825} + \frac{8}{9125} = \frac{123}{9125}, 365 = 73 \times 5)$$

思路点拨 借助频率分布直方图的意义可以求出 x 的值, 但求解时一定要注意基本的算理. 本题给出了一些数据的计算结果, 本意是要求同学们按常规算理进行运算, 否则所提供的数据可能用不到. 于是对 (I), 由图可知, $50x =$

$$1 - \left(\frac{3}{1825} + \frac{2}{365} + \frac{7}{1825} + \frac{3}{1825} +$$

$$\frac{8}{9125} \right) \times 50, \text{ 解得 } x = \frac{119}{18250}.$$

对 (II), 一年中空气质量分别为良和轻微污染的天数为 $365 \times \left(\frac{119}{18250} \times$

$$50 + \frac{2}{365} \times 50 \right) = 219.$$

对 (III), 该城市一年中每天空气质量为良或轻微污染的概率为 $\frac{119}{18250} \times 50 + \frac{2}{365} \times$

$$50 = \frac{3}{5}, \text{ 则空气质量不为良且不为}$$

轻微污染的概率为 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, 故所

$$\text{求概率为 } 1 - C_7^1 \left(\frac{2}{5} \right)^7 - C_7^0 \left(\frac{2}{5} \right)^6.$$

$$\left(\frac{3}{5} \right)^1 = \frac{76653}{78125}.$$

本题看上去很难, 但当我们遵循算理, 充分利用条件之后, 难度一下子就降低了.

精题精练

一弹簧在弹性限度内, 拉伸弹簧所用的力与弹簧伸长的长度成正比, 如果 20 N 的力能使弹簧伸长 3 cm, 求把弹簧从平衡位置拉长 13 cm (在弹性限度内) 时所做的功. (注: 用定积分解)

(参考答案见小册子 14 页)