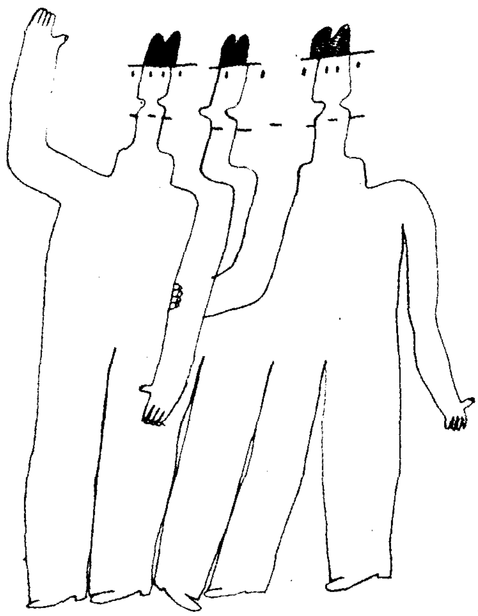
2009年高考解答题命题趋势预测

■中山市第一中学　许少华



高考试卷解答题共六题八十分，这是连续数年不变的规律.要想高考成功，数学必须考好；要使数学考好，解答题必须拿下.可以看出数学解答题的顺利拿下对整个高考的意义非常重大.2009年的高考正逐步向我们逼近，你准备得怎么样了？本文预测2009年高考数学解答题的命题趋势，它建立在大量事实的基础上，从07、08年高考的命题特点、新课标带给高考的新变化入手，进行2009年高考命题预测.本文的分析与预测绝不是"视觉"上的享受，可能会给你的高考成功注入新的活力.它从命题特点、试题类型、涉及的知识点进行了大胆而有据猜测，也许是你正苦苦寻觅的"良方".

一、三角题

三角的命题方式有两种，其一是考查三角的基础知识与基本变换，此类题可能结合公式 $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{2}$、$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{2}$ 及化为同一个角的三角函数，通过三角函数的图像性质产生结论；其二是与解三角形结合，通过正、余弦定理将三角变换与三角公式融为一体，既有解三角形问题也包含三角运算.不过，不管是哪种命题方式，都改变不了的结果是：难度不大，属基础题或是中档偏下的题，难度系数为0.7左右.

类题1 已知函数 $f(x)=2a\cos^2x+b\sin x\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 $f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$f(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，

（1）若 $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 时，求 $f(x)$ 的增区间，并求 $f(x)$ 的最小值及取得最小值时的的值；

（2）若 $x\in\mathrm{R}$，试问：函数 $f(x)$ 的图像经过怎样的平移才能使所得图像对应的函数成为偶函数？

解析 由于 $f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$f(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，得

$$\begin{cases}2a-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2},\\ a+\frac{1}{2}b-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{\sqrt{3}}{2},\\ b=1.\end{cases}$$

因此，$f(x)=\sqrt{3}\cos^2x+\sin x\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos2x+\frac{1}{2}\sin2x=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

（1）由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$（$k\in Z$），得 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{12}+k\pi$（$k\in Z$）．由于 $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{6}\right]$，因此，$f(x)$ 的增区间为 $\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{12}\right]$.

由于 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{12}\right]$ 是增函数，在区间 $\left[\frac{\pi}{12},\ \frac{\pi}{6}\right]$ 是减函数.

又 $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left[2\times\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=-\frac{1}{2}$，$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以，当 $x=-\frac{\pi}{4}$ 时，函数 $f(x)$ 有最小值 $-\frac{1}{2}$.

（2）由于 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$，即得 $f(x)=\sin2x$，于是将 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位或向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，所得图像所对应的函数均为偶函数.

点评 化为一个角的三角函数是三角函数的重要内容也是近年高考反复考查的内容，必须引起我们的重视，第二问主要考查三角函数图像掌握的熟练程度.

类题 2 设△ABC 的内角 A，B，C 所对的边长分别为 a，b，c，且 $3a\cos C=4c\sin A$.

（Ⅰ）求 $\tan C$ 的值；

（Ⅱ）若△ABC 的面积 $S=10$，且 $b=4$，求 a.

解析 （1）由 $3a\cos C=4c\sin A$，得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{4c}{3\cos C}$，即 $\frac{c}{\sin C}=\frac{4c}{3\cos C}\Rightarrow\tan C=\frac{3}{4}$.

（Ⅱ）由 $S=10$，即 $\frac{1}{2}bc\sin A=10\Rightarrow c\sin A=5$，由 $\tan C=\frac{3}{4}\Rightarrow\cos C=\frac{4}{5}$，那么 $3a\cos C=4c\sin A=20$，从而 $a=\frac{25}{3}$.

点评 本题很简练，就是正弦定理、三角形面积公式及同角三角函数之间的关系的灵活运用.难度不大，有新意.

二、统计与概率题

统计与概率在新课标中，新增了一些内容（如：统计案例、古典概型与几何概型等），前几年对统计与概率的考查加大了力度，题目也由原来的“独立”型转向综合型、交汇型.而 07 年文、理试题都在统计内容上命题；08 年理科回归全国各地常规试题，考查随机事件的概率分布及均值，文科考查统计与古典概型；09 年呢？当然会命一题，且此题应该是两问或三问，运算量明显小于思维量.

类题 3 某体育训练队共有队员 40 人，下表为跳远成绩的分布表，成绩分为 1~5 个档次，例如表中所示跳高成绩为 4 分、跳远成绩为 2 分的队员为 5 人，将全部队员的姓名卡混合在一起，任取一张，该卡队员的跳高成绩为 x，跳远成绩为 y，设 x，y 为随机变量，(注：没有相同姓名的队员)

x \ y		跳远				
		5	4	3	2	1
跳高	5	1	3	1	0	1
	4	1	0	2	5	1
	3	2	1	0	4	3
	2	1	m	6	0	n
	1	0	0	1	1	3

（1）求 $x=4$ 的概率，及 $x=4$ 且 $y\geqslant3$ 的概率；

（2）求在 $x=4$ 的条件下，$y\geqslant3$ 的概率；

（3）若 y 的数学期望为 $\frac{21}{8}$，求 m，n 的值.

解析 （1）由于队员总数为 40，当 $x=4$ 时，即跳高成绩为 4 分时的队员共 9 人，于是，$x=4$ 的概率为 $p_1=\frac{9}{40}$.

$x=4$ 且 $y\geqslant3$ 即跳高成绩为 4 分，跳远成绩不低于 3 分的人数共有 3 人，于是，$x=4$ 且 $y\geqslant3$ 的概率为 $p_2=\frac{3}{40}$.

因此，$x=4$ 的概率为 $p_1=\frac{9}{40}$，$x=4$ 且 $y\geqslant3$ 的概率为 $p_2=\frac{3}{40}$.

（2）在 $x=4$ 的条件下，$y\geqslant3$ 的概率 $p_3=\frac{p_2}{p_1}=\left(\frac{3}{40}\right)/\left(\frac{9}{40}\right)=\frac{1}{3}$.因此，在 $x=4$ 的条件下，$y\geqslant3$ 的概率 $p_3=\frac{1}{3}$.

（3）由于 $m+n=40-37=3$，那么 $p(y=1)=\frac{8+n}{40}$，$p(y=2)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$，$p(y=3)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$，$p(y=4)=\frac{4+m}{40}$，$p(y=5)=\frac{1}{8}$.

因为 y 的数学期望为 $\frac{21}{8}$，即 $1\times\frac{8+n}{40}+2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{4+m}{40}+5\times\frac{1}{8}=\frac{21}{8}\Rightarrow n+4m=6\Rightarrow m=1$，$n=2$.

点评 本题设计得很好，第一问是古典概型，第二问是条件概率，第三问是数学期望的逆向型问题，给出数学期望，求数据中的参变量，值得我们关注.若对理科题稍作改变即得如下文科题：某体育训练队共有队员 40 人，下表为跳远成绩的分布表，成绩分为 1~5 个档次，例如表中所示跳高成绩为 4 分、跳远成绩为 2 分的队员为 5 人，将全部队员的姓名卡混合在一起，任取一张，该卡队员的跳高成绩为 x，跳远成绩为 y，设 x，y 为随机变量，(注：没有相同姓名的队员)

x \ y		跳远				
		5	4	3	2	1
跳高	5	1	3	1	0	1
	4	1	0	2	5	1
	3	2	1	0	4	3
	2	1	1	6	0	2
	1	0	0	1	1	3

（1）求 $x=4$ 的概率，及 $x=4$ 且 $y\geqslant 3$ 的概率；

（2）若跳远、跳高成绩为 4 分及其以上时为“优秀”，否则为“一般”，试问：一个人的跳高成绩是否“优秀”与跳远是否“优秀”有没有关系？

（3）若跳远、跳高成绩相等时的人数为分别为 x、y，试问：x、y 是否具有线性相关关系？若有，求出回归直线方程；若没有请说明理由.

（**答案如下：**（1）同理科；（2）根据题中条件，对两变量进行分类，先看跳远成绩“优”的有“10”人，“一般”的有“30”人；跳高“优”的有“15”人，“一般”的有“25”人.

于是，列联表如右：

	优	一般	合计
跳高	15	25	40
跳远	10	30	40
合计	25	55	80

假设跳高“优”与跳远“优”无关，则 $K^2=\frac{80\times(15\times30-10\times25)^2}{40\times40\times25\times55}\approx1.455<2.706$，显然，没有充分的证据显示跳高“优”与跳远“优”有关.

（3）将跳远、跳高成绩及人数整理如下表：

成绩	5	4	3	2	1
跳远 x	5	5	10	10	10
跳高 y	6	9	10	10	5

易得 $\bar{x}=8$，$\bar{y}=8$，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=30$，$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=22$，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=5$，那么 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{5}{\sqrt{30\times22}}\approx0.1946$，可见变量 y 与 x 不具有线性相关性.）

三、数列题

07 年与 08 年连续两年的数列题都出现了递推公式，都无一例外的被考生与老师纳入了难题之列.尤其是 08 年试题，它源于竞赛题，确实难度偏大，社会反响不理想.09 年是改变这一状况的时候了，那么试题该如何设计呢？我们预测：

类题 4 将等差数列 $\{a_n\}$ 所有项依次排列，并作如下分组：(a_1)，(a_2,a_3)，(a_4,a_5,a_6,a_7)…第一组 1 项，第二组 2 项，第三组 4 项，…，第 n 组 2^{n-1} 项.记 T_n 为第 n 组中各项的和，已知 T_3-48，$T_4=0$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项；

（2）求 $\{T_n\}$ 的通项公式；

（3）设 $\{T_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n，求 S_8.

解析 （1）设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，首项为 a_1，则

$T_3=a_4+a_5+a_6+a_7=4a_1+18d=-48$……………①

$T_4=a_8+a_9+\cdots+a_{15}=8a_1+84d=0$ ……………②

由①②解得 $a_1=-21$，$d=2$，则 $a_n=2n-23$.

（2）当 $n\geqslant 2$ 时，在前 $n-1$ 组中共有项数为：$1+2+2^2\cdots+2^{n-2}=2^{n-1}-1$，故第 n 组中的第一项是数列 $\{a_n\}$ 中的第 2^{n-1} 项，且第 n 组中共有 2^{n-1} 项，所以 $T_n=2^{n-1}a_{2n-1}+\frac{1}{2}\times2^{n-1}(2^{n-1}-1)d=3\times2^{2n-2}-24\times2^{n-1}$.

当 $n=1$ 时，$T_1=a_1=-21$ 也适合上式，故 $T_n=3\times2^{2n-2}-24\times2^{n-1}$.

（3）$S_8=T_1+T_2+\cdots+T_8$，即数列 $\{a_n\}$ 前 8 组元素之和，且这 8 组总共有项数 $1+2+2^2+\cdots+2^7=2^8-1=255$.

则 $S_8=255a_1+\frac{1}{2}\times255\times254\times d=255\times(-21)+\frac{1}{2}\times255\times254\times2=59415$.

点评 本题是数列的综合题，难度中等.既有等差数列，又有等比数列，还涉及到求和运算.可以说是综合考查数列基础知识与基本技能的一道好题.当然，交汇性稍差，仅为数列问题.

四、立几题

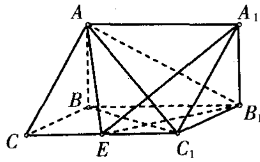
立几是考查空间想象能力的重要内容之一，在内容的安排上也占据了必修 2 的一半.同时，在理科的选修 2-1 中还有专门介绍立几问题的求解工具——

空间向量.再分析一下07、08两年的立几试题.我们猜测立几试题将可能是三问，既有计算也有论证，同时一定可以借助空间向量完成求解.类似的题，如：

类题5 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp$侧面 BB_1C_1C，已知 $BC=1$，$\angle BCC_1=\frac{\pi}{3}$，

(1) 求证：$C_1B\perp$平面 ABC；

(2) 试在棱 CC_1（不包含端点 C，C_1）上确定一点 E 的位置，使得 $EA\perp EB_1$；



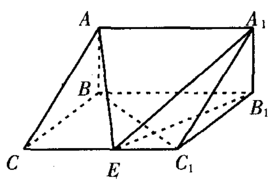
(3) 在 (2) 的条件下，求二面角 $A-EB_1-A_1$ 的平面角的正切值.

解析 (1) 因为 $AB\perp$侧面 BB_1C_1C，故 $AB\perp BC_1$.

在 $\triangle BCC_1$ 中，$BC=1$，$CC_1=BB_1=2$，$\angle BCC_1=\frac{\pi}{3}$，

由余弦定理得：$BC_1=\sqrt{BC^2+CC_1^2-2\cdot BC\cdot CC_1\cdot\cos\angle BCC_1}$ $=\sqrt{1+4-2\times2\times\cos\frac{\pi}{3}}=\sqrt{3}$，故有 $BC^2+BC_1^2=CC_1^2$，

$\therefore C_1B\perp BC$.



而 $BC\cap AB=B$，且 AB，$BC\subset$平面 ABC，

$\therefore C_1B\perp$平面 ABC.

(2) 法一：由 $EA\perp EB_1$，$AB\perp EB_1$，$AB\cap AE=A$，AB，$AE\subset$平面 ABE，从而 $B_1E\perp$平面 ABE，且 $BE\subset$平面 ABE，故 $BE\perp B_1E$.

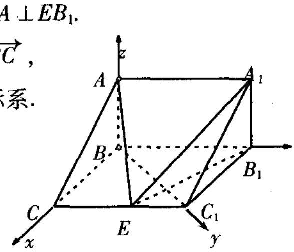
不妨设 $CE=x$，则 $C_1E=2-x$，则 $BE^2=1+x^2-x$.

又 $\because\angle B_1C_1C=\frac{2}{3}\pi$，则 $B_1E^2=1+x^2+x$.

在 $\text{Rt}\triangle BEB_1$ 中有 $x^2+x+1+x^2-x+1=4$，从而 $x=\pm1$（舍负）.

故 E 为 CC_1 的中点时，$EA\perp EB_1$.

法二：以 B 为原点，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BC_1}$，$\overrightarrow{BA}$ 为 x,y,z 轴，建立坐标系.



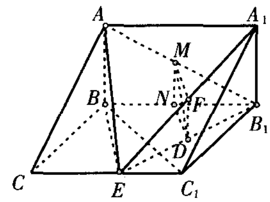
设 $CE=x$，则 $B(0,0,0)$，$E\left(1-\frac{1}{2}x,\ \frac{\sqrt{3}}{2}x,0\right)$，$B_1(-1,\sqrt{3},0)$，$A(0,0,\sqrt{2})$.

由 $EA\perp EB_1$，得 $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB_1}=0$，即 $\left(\frac{1}{2}x-1,-\frac{\sqrt{3}}{2}x,\sqrt{2}\right)\left(\frac{1}{2}x-2,\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x,0\right)=0\Rightarrow\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x-2\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}x\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$.

化简整理得：$x^2-3x+2=0$，$\therefore x=1$ 或 $x=2$.（当 $x=2$ 时，E 与 C_1 重合不满足题意，舍去）

当 $x=1$ 时，E 为 CC_1 的中点，故 E 为 CC_1 的中点使 $EA\perp EB_1$.

(3) 法一：取 EB_1 的中点 D，A_1E 的中点 F，BB_1 的中点 N，AB_1 的中点 M，连 DF，则 $DF/\!/A_1B_1$，连 DN，则 $DN/\!/BE$，连 MN，则 $MN/\!/A_1B_1$，连 MF，则 $MF/\!/BE$，且 $MNDF$ 为矩形，$MD/\!/AE$，又 $\because A_1B_1\perp EB_1$，$BE\perp EB_1$，故 $\angle MDF$ 为所求二面角的平面角.



在 $\text{Rt}\triangle DFM$ 中，$DF=\frac{1}{2}A_1B_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$（$\because\triangle BCE$ 为正三角形），$MF=\frac{1}{2}BE=\frac{1}{2}CE=\frac{1}{2}$，$\therefore\tan\angle MDF=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

法二：由已知 $\overrightarrow{EA}\perp\overrightarrow{EB_1}$，$\overrightarrow{B_1A_1}\perp\overrightarrow{EB_1}$，所以二面角 $A-EB_1-A_1$ 的平面角 θ 的大小为向量 $\overrightarrow{B_1A_1}$ 与 $\overrightarrow{EA}$ 的夹角，因为 $\overrightarrow{B_1A_1}=\overrightarrow{BA}=(0,0,\sqrt{2})$，$\overrightarrow{EA}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},\sqrt{2}\right)$，故 $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{B_1A_1}}{|\overrightarrow{EA}|\cdot|\overrightarrow{B_1A_1}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\Rightarrow\tan\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

点评 本题的图形在放置上与常规放置不太一致，也许会对我们的思维起到一定的干扰作用.第一问证明线面垂直；第二问探究线线垂直，其实是线面垂直的性质.第三问求二面角.传统方法求解时，作二面角的平面角是关键.向量方法求解时，建立空间直角坐标系与用向量夹角表示二面角是关键.

五、解析几何题

解析几何是中学数学的重点之一，也是中学数学的难点之一.它可以和中学数学中的任意章节知识进行交汇，充分体现了中学数学中的各种数学思想与数学技能.解析几何在必修2中有两章内容，在选修或中还有一章内容.但考虑到解几的实际：圆锥曲线的第二定义被删除，文科中又去掉了直线与椭圆、双曲线的关系，因此题目难度应该有所下降.再结合近两年的命题，因此我们猜测：09年的命题应以圆或椭圆为载体将更为合适.类似题如：

类题6 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ $(x_1x_2\neq0)$，O 是

坐标原点，P 是线段 AB 的中点，若 C 是点 A 关于原点的对称点，Q 是线段 BC 的中点，且 $|OP|=|OQ|$，设圆 C 的方程为 $x^2+y^2-(x_1+x_2)x-(y_1+y_2)y=0$，

(I) 证明线段 AB 是圆 C 的直径；

(II) 是否存在常数 p，使 $2p(x_1+x_2)=y_1^2+y_2^2+8p^2+2y_1y_2$ 与圆 C 的圆心到直线 $x-2y=0$ 的距离的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 同时成立？若存在，求出 p 的值；不存在，说明理由；

解析 (I) 由于点 P 的坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，点 $A(x_1,y_1)$ 关于原点的对称点为 $C(-x_1,-y_1)$，那么点 Q 的坐标为 $(\frac{-x_1+x_2}{2},\frac{-y_1+y_2}{2})$.

由 $|OP|=|OQ|$，得 $|OP|^2=|OQ|^2$，

即 $(\frac{x_1+x_2}{2})^2+(\frac{y_1+y_2}{2})^2=(\frac{-x_1+x_2}{2})^2+(\frac{-y_1+y_2}{2})^2$，

得 $(x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$，从而 $x_1x_2+y_1y_2=0$，由此得 $OA\perp OB$，由方程 $x^2+y^2-(x_1+x_2)x-(y_1+y_2)y=0$ 知圆 C 过原点，故线段 AB 是圆 C 的直径.

(II) 由 $2p(x_1+x_2)=y_1^2+y_2^2+8p^2+2y_1y_2$，得 $x_1+x_2=\frac{1}{2p}[(y_1+y_2)^2+8p^2]$.又圆心 $(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ 到直线 $x-2y=0$ 的距离为 $d=\frac{\left|\frac{x_1+x_2}{2}-(y_1-y_2)\right|}{\sqrt{5}}=\frac{\left|\frac{1}{4p}[(y_1+y_2)^2+8p^2]-(y_1+y_2)\right|}{\sqrt{5}}=\frac{[(y_1+y_2)-2p]^2+4p^2}{4\sqrt{5}p}\leqslant\frac{4p^2}{4\sqrt{5}p}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，从而得 $p=2$.

点评 本题考查圆的有关知识，涉及直线、点到直线的距离及二次函数最值等.综合运用圆锥曲线问题的求解技能、技巧，整个求解过程运算量不大，思维量不小，是一道直线与圆结合的好题.

六、函数、导数、不等式会联合命题

首先，因为函数、导数、不等式是“天生”的密友，它们长期“合作”产生过很多非常优秀的试题，给很多参加过高考的人都留下深刻的印象；其次，函数的抽象性、不等式的灵活性，也是产生难度的“乐土”；第三，从三者占教材的内容上也可以看出命一道解答题是必然的；此题最合理的结构是三问，既有函数性质又有不等式证明.最后是导数的应用；类似题如：

类题7 已知函数 $f(x)=(1+x)^2-m\ln(1+x)$，$h(x)=x^2+x+a$，

(1) 当 $a=0$ 时，$f(x)\geqslant h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，求实数 m 的取值范围；

(2) 当 $m=2$ 时，若函数 $k(x)=f(x)-h(x)$ 在 $[0,2]$ 上恰有两个不同零点，求实数 a 的取值范围；

(3) 是否存在实数 m 使函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 在公共定义域上具有相同的单调性？若存在，求出 m 的值，若不存在，请说明理由.

解析 (1) 由 $a=0$ 及 $f(x)\geqslant h(x)$ 恒成立，可得 $1+x-m\ln(1+x)\geqslant 0$，即 $m\leqslant\frac{1+x}{\ln(1+x)}$ 恒成立，设 $\varphi(x)=\frac{1+x}{\ln(1+x)}$，得 $m\leqslant\varphi(x)_{min}$；由 $\varphi'(x)=\frac{\ln(1+x)-1}{\ln^2(1+x)}$，当 $x\in(0,e-1)$ 时，$\varphi'(x)<0$；当 $x\in(e-1,+\infty)$ 时，$\varphi'(x)>0$；故当 $x=e-1$ 时，$\varphi(x)_{min}=e$，于是实数 m 的取值范围为 $(-\infty,e]$.

(2) 函数 $k(x)=f(x)-h(x)$ 在 $[0,2]$ 上恰有两个不同零点等价于方程 $1+x-2\ln(1+x)=a$ 在 $[0,2]$ 上恰有两个不同实根.

令 $g(x)=1+x-2\ln(1+x)$，则 $g'(x)=\frac{x-1}{x+1}$. 显然，当 $x\in(0,1)$ 时，$g'(x)<0$；当 $x\in(1,2)$ 时，$g'(x)>0$. 即函数 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,2)$ 单调递增. 于是 $g(x)$ 的最小值为 $g(1)=2-2\ln2$. 又 $g(0)=1$，$g(2)=3-2\ln3$，由 $g(0)>g(2)$ 可知，实数 a 的取值范围 $(2-\ln2,3-2\ln3]$.

(3) 存在 $m=\frac{1}{2}$，使得函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 在公共定义域上具有相同的单调性.

由 $f'(x)=2(1+x)-\frac{m}{1+x}=\frac{2(1+x)^2-m}{1+x}$，由于 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$.

若 $m\leqslant 0$，则 $f'(x)\geqslant 0$，此时 $f(x)$ 递增，不合题意.

若 $m>0$，由 $f'(x)=0$，得 $x=-1\pm\sqrt{\frac{m}{2}}$，结合 $x>-1$，舍去 $x=-1-\sqrt{\frac{m}{2}}$，得函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,-1+\sqrt{\frac{m}{2}})$ 递减；在 $(-1+\sqrt{\frac{m}{2}},+\infty)$ 递增.

而 $h(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上的减区间为 $(-1,-\frac{1}{2})$；增区间为 $(-\frac{1}{2},+\infty)$.

令 $-1+\sqrt{\frac{m}{2}}=-\frac{1}{2}$，得 $m=\frac{1}{2}$，函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 在公共定义域上具有相同的单调性.

点评 本题是函数、不等式、导数的综合应用问题.涉及函数的最值、单调性，隐含利用函数图像，可以说是一道集难度、知识与技能为一体的好题.

责任编校　徐国坚