2007年高考数学重点考点及热点题型探析

■中山　许少华

2007年高考将至，迎考复习已进入最后阶段，也是“浓缩重点、压缩关键、紧扣热点”的最后时刻了.为了让考生更准确地把握命题方向，笔者抓住支撑学科知识体系的重点内容及重要知识的交汇点，从学科的整体高度和思维价值的高度对2007年高考数学相关考点与题型作探讨与分析如下.

一、客观试题

1. 运算定义型

此类题在2006年的高考试卷中出现过，由于运算定义型具有较大的灵活性，因此这类题再现2007年的高考是完全有可能的.

例1 对任意实数x、y，定义运算$x*y=ax+by+cxy$，其中a、b、c为常数，等号右边的运算是通常意义的加、乘运算.现已知1*2=3，2*3=4，且有一个非零实数m，使得对任意实数x，都有$x*m=x$，则$m=$______.

解析 由$x*m=x$，有$x*m=ax+bm+cmx=x$，即$(a+cm-1)x+bm=0$对任意x都成立，所以$a+cm-1=0$，$b=0$.

由1*2=3，2*3=4，有$1*2=a+2b+2c=3$，$2*3=2a+3b+6c=4$.

联立以上方程，解得$a=5$，$b=0$，$c=-1$，并代入$a+cm-1=0$，有$5-m-1=0$，所以$m=4$.

点评 对一种新的运算规则，关键是要理解规则的含义并直接按规则进行运算，即用“代入法”进行运算.

2. 寻找规律型

教材中要求同学们学会观察、探究、分析问题，通过思考产生规律并利用规律.

例2 映射f将图1映成图2，由此可以推测映射f将图3映成的图形为__________.

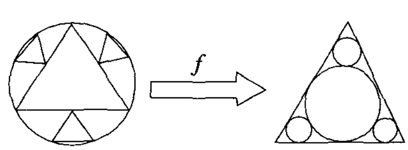


图 1　　　　图 2

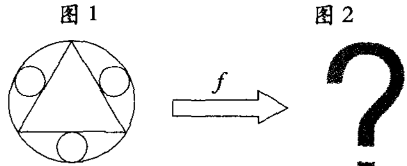
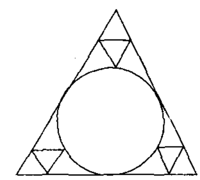


图 3

解析 经观察，看出这种映射的一个重要特征是，将三角形“映”成了圆，同样又将圆“映”成了三角形.由此不难得出，映射f将图3映成的图形为右图所示.



点评 对所给出的已知条件进行观察与分析，找规律、找差异是求解寻找规律型试题的重要方法.

3. 分析推理型

在近三年的高考（广东卷）中都有推理型试题，而此三届学生的教科书中并未出现关于推理的内容；在最新的教材中，却出现了关于推理与证明内容，这是值得同学们关注的.

例3 当a_0,a_1,a_2成等差数列时，有$a_0-2a_1+a_2=0$；当a_0,a_1,a_2,a_3成等差数列时，有$a_0-3a_1+3a_2-a_3=0$；当a_0,a_1,a_2,a_3,a_4成等差数列时，有$a_0-4a_1+6a_2-4a_3+a_4=0$. 由此归纳：当$a_0,a_1,a_2,\cdots,a_n$成等差数列时，有$C_n^0a_0-C_n^1a_1+C_n^2a_2-\cdots+(-1)^nC_n^na_n=0$.如果$a_0,a_1,a_2,\cdots,a_n$成等比数列，类比上述方法归纳出的等式为__________.

解析 当a_0，a_1，a_2成等比数列时，有$a_0\cdot a_2=a_1^2$，即$a_0\cdot a_1^{-2}\cdot a_2=1$.

当a_0，a_1，a_2，a_3成等比数列时，有$a_0\cdot a_1^{-3}\cdot a_2^3\cdot a_3^{-1}=1$.

当a_0，a_1，a_2，a_3，a_4成等比数列时，有$a_0\cdot a_1^{-4}\cdot a_2^6\cdot a_3^{-4}\cdot a_4=1$，看看指数（暂不考虑符号），似乎符合杨辉三角，于是我们得到：当a_0，a_1，a_2，$\cdots$，a_n成等比数列时，有$a_0^{C_n^0}\cdot a_1^{-C_n^1}\cdot a_2^{C_n^2}\cdot\cdots\cdot a_{n-1}^{(-1)^{n-1}C_n^{n-1}}\cdot a_n^{(-1)^nC_n^n}=1$.

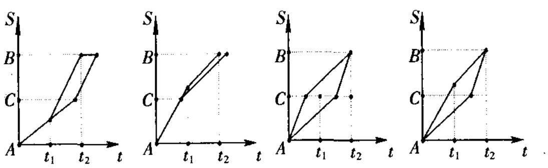
点评 分析已知条件的规律，通过类比归纳思想，将规律转化到需探索的结论.本例既有同一个数列之间的从有限到无限的类比归纳；也有两个数列之间的从等差数列到等比数列的类比归纳.

4. 阅读理解题

数学中的阅读理解能力也是新课标教材中非常注重的能力之一.这要求考生在阅读理解的基础上去思考、去发现，并能解决问题.

例4 甲、乙二人沿着同一方向去B地，途中都使用两种不同的速度v_1与v_2（$v_1<v_2$）.甲一半的路程使用速度v_1，另一半的路程使用速度v_2；乙一半的时间使用速度v_1，另一半的时间使用速度v_2.关于甲、乙二人从A地到达B地的路程与时间的函数图像及关系，有下面4个不同的分析图示（其中横轴t表示时间，纵轴S表示路程），则其中可能正确的分析图示为（　）.

A.(1)　　B.(3)　　C.(1)或(4)　　D.(1)或(2)



（1）　（2）　（3）　（4）

解析 图（1）与图（2）均为一人一半时间用速度v_1，一半时间用速度v_2，另一人一半路程用速度v_1，一半路程用速度v_2，且用时不同；图(3)两人均为一半路程用v_1；图(4)为一人一半时间用速度v_1，一半时间用速度v_2，另一人一半路程用速度v_1，一半路程用速度v_2，但总时间应不同.正确答案为D.

点评 本题考查考生综合运用数学知识与物理知识解决实际问题的能力.

5. 思维策略型

一些思维策略型的试题主要考查考生分析问题与灵活处理问题的能力，这也是新课程标准特别关注的.

例5 设$f(x)=|1-2x|, x\in[0,1]$，那么两函数$u(x)=f\{f[f(x)]\}$与$v(x)=\frac{1}{2}x$的图像的交点个数为(　　).

A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 7

解析 设$y=f(x), z=f(y), w=f(z)$，用"→"表示变化情况：$x:0\to1; y:1\to0\to1; z:1\to0\to1\to0\to1; w:1\to0\to1\to0\to1\to0\to1\to0\to1$.

因为"→"的变化是线性的，而且是在非负实数范围内变化，故$w=f\{f[f(x)]\}$与$w=\frac{x}{2}$的图像交点个数为8.

点评 本题若求出$\mu(x)$后，再解方程求交点的话，可能就无法完成；通过引入记号，将问题分散处理，一步一步逼近结论，显然是思维策略型试题.

6. 基础交汇型

在知识网络的交汇点处设计试题是高考命题的一大特点.无论是新课标版还是人教大纲版，这一方向是不会改变的；一道试题往往会涉及多个知识点、多种求解技巧.

例6 某同学对函数$f(x)=x\sin x$进行研究，得出如下四个结论：①函数$f(x)$在$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$上单调递增；②存在常数$M>0$，使$|f(x)|\leq M|x|$对一切实数$x$均成立；③函数$f(x)$在$(0,\pi)$无最小值，但一定有最大值；④点$(\pi,0)$是函数$y=f(x)$图像的一个对称中心.其中正确的是(　　).

A. ①③　　B. ②③　　C. ②④　　D. ①②④

解析 函数$f(x)=x\sin x$为偶函数，所以结论①错误.当$x=0$时，结论②成立；当$x\neq0$时，$|\frac{f(x)}{x}|=|\sin x|\leq1$，$\therefore|f(x)|\leq1\cdot|x|$，故结论②成立.由$f(0)=f(\pi)=0$，且当$x\in(0,\pi)$时，$f(x)>0$，由于$f(x)$为连续函数，因此必有最大值，故结论③成立.若点$(\pi,0)$是函数$y=f(x)$图像的一个对称中心，则$f(x)+f(2\pi-x)=0$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，即$(x-\pi)\sin x=0$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，显然错误.正确答案为B.

点评 本题考查了函数的奇偶性、单调性、对称性等，含有较大的信息量，是一道关于函数性质的交汇性试题.

7. 连续设问型

在填空题中，某一题连续设问，是高考命题的一种创新.

例7 下列两题中，请选择一题作答：

题1：如图4，E、F、G、H是矩形$ABCD$的四边中点，EF、AH交于点N，GH、FC交于点M，$AD=8$ cm，$AB=6$ cm，则①$\frac{GM}{MH}=$______；②四边形$NFMH$的面积为______.

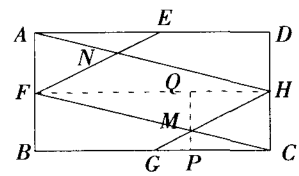


图 4

题2：过点$P(1,1)$的直线l与曲线（m为参数）$C:\begin{cases}x=2m^2,\\y=m,\end{cases}$交于$A$、$B$两点，则①$|PA|\cdot|PB|$的最小值为______；②当$|PA|\cdot|PB|$取得的最小值时，$|AB|=$______.

解析 题1：①连结FH，过点M作$QP\perp BC$于P，交FH于Q，由于$FH/\!/BC$，且$FH=BC$及$GC=\frac{1}{2}BC$，得$\frac{GM}{MH}=\frac{PM}{MQ}=\frac{GC}{FH}=\frac{1}{2}$.

②$PQ=\frac{1}{2}CD=3$ cm，$QM=\frac{2}{3}PQ=2$ cm，得四边形$NFMH$的面积为16 cm .

题2：设直线l的参数（α为参数）方程为$\begin{cases}x=1+t\sin\alpha,\\y=1+t\cos\alpha.\end{cases}$曲线$C$的方程为$x=2y^2$.

将直线方程代入曲线方程，可得$2t^2\sin^2\alpha+t(4\sin\alpha-\cos\alpha)+1=0$.

①那么$|PA|\cdot|PB|=|t_1|\cdot|t_2|=|t_1t_2|=\frac{1}{2\sin^2\alpha}\geq\frac{1}{2}$，即$|PA|\cdot|PB|$的最小值为$\frac{1}{2}$.

②当$|PA|\cdot|PB|$取得最小值时，$\sin\alpha=1$，此时，$2t^2+4t+1=0$，而$|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{(-2)^2-4\times\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$.

点评 一般情况下，此类试题的两个问题之间有一定的联系，往往后者要依赖前者的结论，本例也具有这个特点，在解决了第一个问题的前提下，才能顺利地得出第二个问题的结论.

二、主观试题

1. 三角

首先，三角是处理数学问题的基本工具之一；其次，内容大约占据了必修4的三分之二；第三，考虑到相同内容在历年高考命题中的安排.因此，在高考中三角部分可能会出一题，且难度不大，属基础题或是中档偏下的题.

例8 已知函数$f(x)=\sin x\cos x+a\cos^2x$的最大值为$1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求函数$f(x)$的周期；

(2)求函数$f(x)$的单调递减区间；

(3)求函数$f(x)$对称中心的坐标及对称轴方程；

解析 由$f(x)=\sin x\cos x+a\cos^2 x=\frac{1}{2}\sin 2x+a\cdot\frac{1+\cos 2x}{2}=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{a}{2}\cos 2x+\frac{a}{2}$，由此可知，$f(x)$的最大值为$\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{a}{2})^2}+\frac{a}{2}$，结合已知得$\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{a}{2})^2}+\frac{a}{2}=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得$a=\sqrt{3}$.

故$f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin(2x+\frac{\pi}{2})+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)函数$f(x)$的周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

(2) 由$\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，得$\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{12}+k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，因此，函数的单调递减区间为$[\frac{\pi}{12}+k\pi,\ \frac{7\pi}{12}+k\pi]$ $(k\in\mathbf{Z})$.

(3)由$\sin(2x+\frac{\pi}{3})=0$，得$2x+\frac{\pi}{3}=k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，即$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$ $(k\in\mathbf{Z})$，可得函数$f(x)$对称中心的坐标为$(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},\frac{\sqrt{3}}{2})$ $(k\in\mathbf{Z})$；

又由$\sin(2x+\frac{\pi}{3})=\pm 1$，得$2x+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$，即$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$，那么函数$f(x)$的对称轴方程为$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$ $(k\in\mathbf{Z})$.

点评 本题难度中等，同学们必须熟练地掌握三角中相关的知识点.

2. 立体几何

立几是考查空间想像能力的重要内容之一，其内容的安排上也占据了必修2近半.这里特别提醒同学们要注意相关空间几何体表面积与体积的计算以及基本关系的论证.

例9 如图5，在边长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，AB的中点为P，在线段AP上取一点M作与面PB_1C平行的截面.

(1) 此截面可能是平行四边形吗？若是，求出平行四边形分两部分的体积之比；若不是，请说明理由.

(2) 作出一个与该截面垂直的平面，并作出必要的证明.

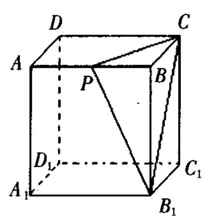


图 5

解析 (1) 当M与A重合时，截面AEC_1F为平行四边形（如图6），结合勾股定理，易得此平行四边形为菱形，此时两部分的体积相等，因此体积之比为1:1.

(2) 只需作与面PB_1C垂直的平面（如图7）即可，于是找到BC的中点E，连结DE.由于$DE\perp PC$，$D_1D\perp PC$，PC垂直于经过DE、D_1D的平面D_1DEH，那么面$D_1DEH\perp$面PB_1C，因所作的截面与面PB_1C平行，故平面D_1DEH即为与该截面垂直的平面.

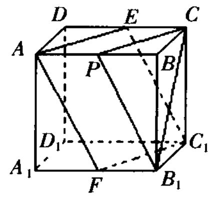


图 6

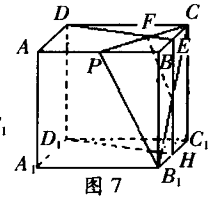


图 7

点评 本题中的两个结论都具有不定因素.第一个问题需先对可能性作出判断，然后要进行简单推证，最后涉及体积的比；第二个问题要善于"动中取静"，表面上截面是动的，但它有平行的特点.

3. 函数、导数与不等式

函数、导数、不等式是天生的"密友"，它们长期"合作"产生过很多非常优秀的试题；同时，函数的抽象性、不等式的灵活性，也是产生难度的"乐土".因此，同学们在备考过程中，要特别注意这三者的综合应用.

例10 设函数$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上奇函数，$g(x)$与$f(x)$的图像关于直线$x=1$对称，当$x>2$时，$g(x)=a(x-2)-(x-2)^3$.

(1)求$f(x)$的解析式；

(2)当$x=1$时，$f(x)$取得极值，证明：对任意$x_1,x_2\in(-1,1)$，不等式$|f(x_1)-f(x_2)|<4$恒成立；

(3)若$f(x)$是$[1,+\infty)$上的单调函数，且当$x_0\geqslant 1$，$f(x_0)\geqslant 1$时，有$f[f(x_0)]=x_0$，求证：$f(x_0)=x_0$.

解析 (1)因为$g(x)$与$f(x)$的图像关于直线$x=1$对称，得$f(x)=g(2-x)=-ax+x^3$.

(2)由$f'(x)=-a+3x^2$，又$f'(1)=0$，得$a=3$，那么$f(x)=-3x+x^3$；易得$f(x)$在$(-1,1)$上是减函数，那么$|f(x_1)-f(x_2)|<|f(-1)-f(1)|=4$.

(3)若$f(x)$是$[1,+\infty)$上的单调递减，则$f'(x)=-a+3x^2\leqslant 0$在$[1,+\infty)$上恒成立，即$a\geqslant 3x^2$要在$[1,+\infty)$上恒成立，显然不成立；

若$f(x)$是$[1,+\infty)$上的单调递增，则$f'(x)=-a+3x^2\geqslant 0$在$[1,+\infty)$上恒成立，即$a\leqslant 3x^2$在$[1,+\infty)$上恒成立，故$a\leqslant 3$；

①若$f(x_0)>x_0\geqslant 1$，则$f[f(x_0)]>f(x_0)$，即$x_0>f(x_0)$，显然矛盾；

②若$x_0>f(x_0)\geqslant 1$，则$f(x_0)>f[f(x_0)]$，即$f(x_0)>x_0$，显然也矛盾.

故$f(x_0)=x_0$.

点评 本题第一个问题是函数性质的应用问题，难度不大；第二个问题属于导数的常规应用，将导数的应用与不等式巧妙地结合在一起；第三个问题的证明方法比较特别，借助反证法处理问题，这是新课标中强调的间接证法.

4. 解析几何、解三角形与平面向量

解析几何是高中数学一重要板块，尤其是在引入向量这一工具后，其命题的空间更为灵活.此外，注意到解析几何内容中，圆锥曲线的第二定义被删除以及文科中又去掉了直线与椭圆、双曲线的关系，因此，试题难度会有所下降.

例11 在面积为9的三角形ABC中，$\tan A=-\frac{4}{3}$，且

$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$.

(1) 建立适当的直角坐标系，求以AB、AC所在直线为渐近线且过点D的双曲线方程；

(2) 过点D分别作AB、AC所在直线的垂线DE、DF（E、F为垂足），求$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$的值.

解析 (1)以A为原点，以$\angle CAB$的平分线所在的直线为x轴(在角平分线上取点H)，建立直角坐标系. 设$\angle CAH=\alpha$，由于$\tan2\alpha=\tan A=-\frac{4}{3}$，得$\tan\alpha=2$，得$AB$、$AC$所在直线的方程分别为$y=2x$与$y=-2x$. 设双曲线方程为$4x^2-y^2=\lambda$，设$B(x_1,2x_1)$、$C(x_2,-2x_2)$，由$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$，得$D(\frac{x_1+2x_2}{3},\frac{2x_1-4x_2}{3})$，则有$4(\frac{x_1+2x_2}{3})^2-(\frac{2x_1-4x_2}{3})^2=\lambda$，即$\frac{32}{9}x_1x_2=\lambda$.

又由$\tan A=-\frac{4}{3}$，得$\sin A=\frac{4}{5}$；$|AB|=\sqrt{5}x_1$，$|AC|=\sqrt{5}x_2$.

依题意有$\frac{1}{2}|AB|\cdot|AC|\sin A=\frac{1}{2}\sqrt{5}x_1\cdot\sqrt{5}x_2\cdot\frac{4}{5}=9$，得$x_1x_2=\frac{9}{2}$，从而$\lambda=16$.故所求双曲线方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$.

(2) 由于$<\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}>=\pi-A$，所以$\cos<\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}>=\cos(\pi-A)=\frac{3}{5}$.

设$D(x_0,y_0)$，则$\frac{x_0^2}{4}-\frac{y_0^2}{16}=1$，则点$D$到$AB$、$AC$所在直线的距离分别为$|\overrightarrow{DE}|=\frac{|2x_0-y_0|}{\sqrt{5}}$，$|\overrightarrow{DF}|=\frac{|2x_0+y_0|}{\sqrt{5}}$，那么$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=|\overrightarrow{DE}|\cdot|\overrightarrow{DF}|=\frac{|2x_0-y_0|}{\sqrt{5}}\cdot\frac{|2x_0+y_0|}{\sqrt{5}}\cdot\cos<\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}>=\frac{|2x_0-y_0|}{\sqrt{5}}\cdot\frac{|2x_0+y_0|}{\sqrt{5}}\cdot\frac{3}{5}=\frac{48}{25}$.

点评 本题是解析几何、解三角形、平面向量结合的典范，考生必须掌握这三个知识点，方能顺利解答.

5. 数列与不等式

这部分内容是常规内容，数列与不等式在必修5中都是一章；由于不等式是处理数学问题的基本工具，在新课标中不等式的内容有所削减（如教材中没有指数不等式、对数不等式、分式不等式与高次不等式的求解）.因此，同学们在备考中应特别注意数列中的基本性质、基本运算以及与数列有关的不等式的证明.

例12 设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$\frac{1}{3}S_3$与$\frac{1}{4}S_4$的等比中项为$\frac{1}{5}S_5$，$\frac{1}{3}S_3$与$\frac{1}{4}S_4$的等差中项为1，若数列$\{a_n\}$的项$a_1,a_3,a_k,\cdots$恰好构成等比数列$\{b_n\}$.

(1) 求等比数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2) 若$\{a_n\}$不是常数列，令$c_n=-\frac{(-25)^n}{4}\cdot b_n$，试证：$\sum_{i=1}^{n}\frac{4\cdot5^i}{(c_i-1)(c_{i+1}-1)}<\frac{1}{4}$.

解析 (1) 设$S_n=an^2+bn$，则有

$$\begin{cases}(3a+b)(4a+b)=(5a+b)^2,\\(3a+b)+(4a+b)=2,\end{cases}\text{得}\begin{cases}a=0,\\b=1,\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=-\frac{6}{5},\\b=\frac{26}{5}.\end{cases}$$

①当$a=0$，$b=1$时，$a_n=1$，此时$b_n=1$；

②当$a=-\frac{6}{5}$时，$b=-\frac{26}{5}$，$a_n=-\frac{12}{5}n+\frac{32}{5}$，此时，$b_n=4\cdot(-\frac{1}{5})^{n-1}$.

(2) 由于$\{a_n\}$不是常数列，得$b_n=4\cdot(-\frac{1}{5})^{n-1}$，那么$c_n=-\frac{(-25)^n}{4}\cdot b_n=5^n$，得$\frac{4\cdot5^n}{(5^n-1)(5^{n+1}-1)}=\frac{(5^{n+1}-1)-(5^n-1)}{(5^n-1)(5^{n+1}-1)}=\frac{1}{5^n-1}-\frac{1}{5^{n+1}-1}$. 由此可知，$\sum_{i=1}^{n}\frac{4\cdot5^i}{(c_i-1)(c_{i+1}-1)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5^{n+1}-1}<\frac{1}{4}$.

点评 本题的第一个问题是数列的基本运算问题，即涉及等差数列与等比数列，同时又注意到分类讨论思想的运用；第二个问题是不等式的证明，但可以看出其本质还是数列运算技巧.

6. 统计与概率

统计与概率在新课标中都新增了一些内容（如统计案例、古典概型与几何概型等）.近几年高考对统计与概率的考查都加大了力度，且试题由独立型转向综合型、交汇型转变.

例13 中学有5名体育类考生要到某大学参加体育专业测试，学校指派一名教师带队，已知每位考生测试合格的概率都是$\frac{2}{3}$.

(1) 若他们乘坐的汽车恰好有前后两排各3个座位，求体育教师不坐后排的概率；

(2) 若5人中恰有x人合格的概率为$\frac{80}{243}$，求x的值；

(3) 记测试合格的人数为X，求X的均值与方差.

解析 (1) 基本事件的总数（即体育教师随便坐的不同坐法）为6，符合条件的基本事件数（即体育教师只坐前排）为3，则$P(A)=\frac{C_3^1}{C_6^1}=\frac{1}{2}$.

(2) 每位考生测试合格的概率$P=\frac{2}{3}$，测试不合格的概率为$1-P=\frac{1}{3}$，则$P(X=r)=C_5^rP^r(1-P)^{5-r}=\frac{80}{243}$，即$C_5^r(\frac{2}{3})^r(\frac{1}{3})^{5-r}=\frac{C_5^r2^r}{3^5}$. 故$C_5^r2^r=80$，$r=3$.

(3)$\because X\sim B(5,\frac{2}{3})$，

$\therefore EX=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$，$DX=5\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{10}{9}$.

点评 本题的第一个问题是古典概型，第二个问题是二项分布，第三问是求均值及方差；题目难度不大，涉及的知识点较多，这是此类问题的一个明显特征，必须引起考生注意.

责任编校 赖庆安