

# 函数模型拟合三阶段 的技术运用

技术平台： CASIO fx-CP400

广东图形计算器课题组成员 高建彪

2014年10月31日

# 序 言

函数模型的拟合研究，在普通高中新课程标准数学内容的编排中，分别在《数学1》、《数学3》及选修系列等三个不同的阶段都提出了要求。很显然，三个模块对同一内容的要求有所不同，分别代表了三个不同的层次：

待定系数法、线性回归、非线性回归。

# 一、教材凸显价值的案例

人教A版普通高中课程标准实验教材《数学1》的第三章，第105页：

例 某地区不同身高的未成年男性的体重平均值如下表：

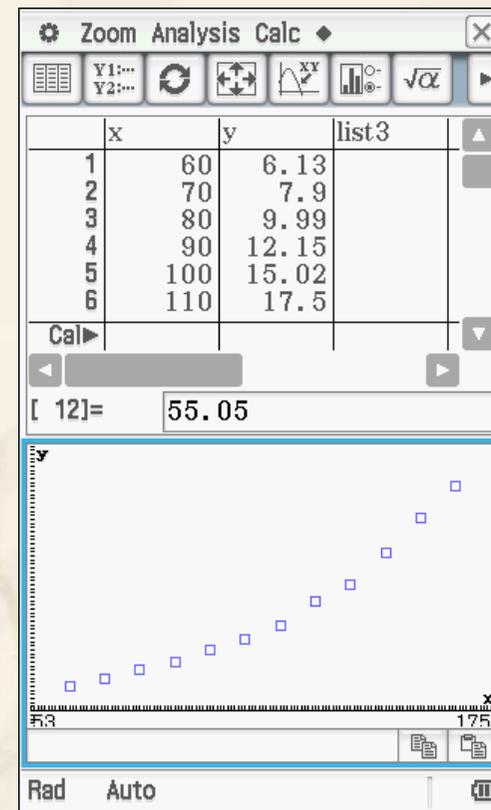
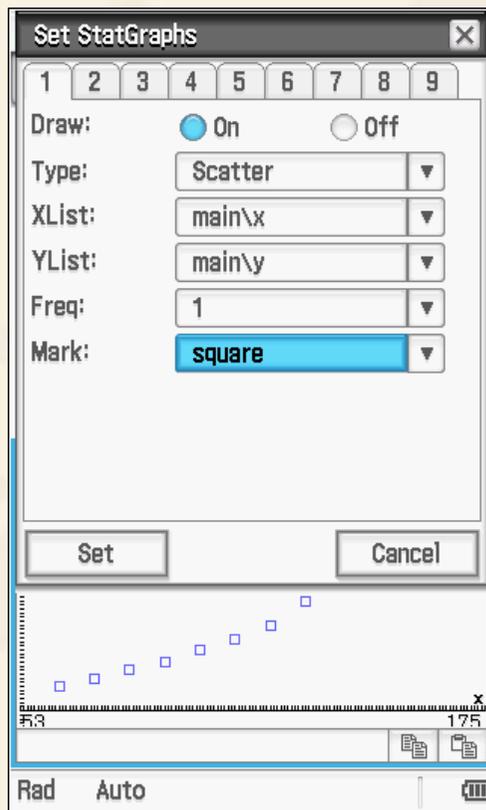
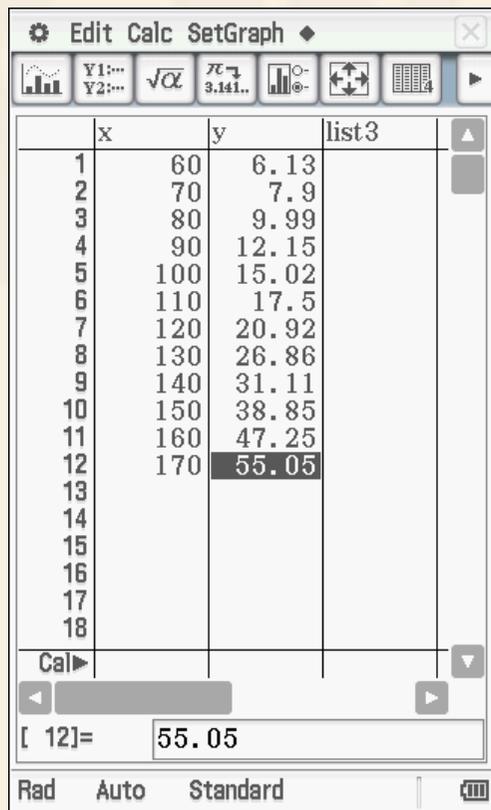
身高 /cm	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
体重 /kg	6.13	7.90	9.99	12.15	15.02	17.50	20.92	26.86	31.11	38.85	47.25	55.05

- (1) 根据上表提供的数据，能否建立恰当的函数模型，使它能比较近似地反映这个地区未成年男性体重 $y$  kg与身高 $x$  cm的函数关系？试写出这个函数模型的解析式。
- (2) 若体重超过相同身高男性体重平均值的1.2倍为偏胖，低于0.8倍为偏瘦，那么这个地区一名身高为175 cm，体重为78 kg的在校男生的体重是否正常？

案例特点：贴近学生实际；多层次研究；能抽样实践。

## 二、待定系数法拟合引路

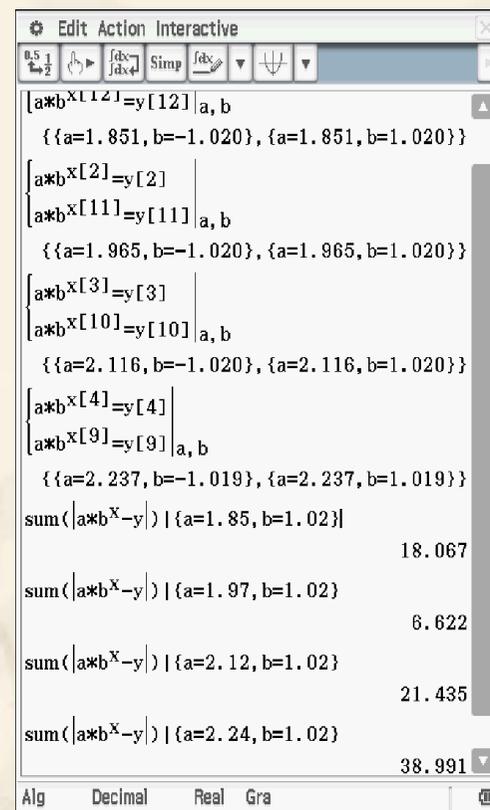
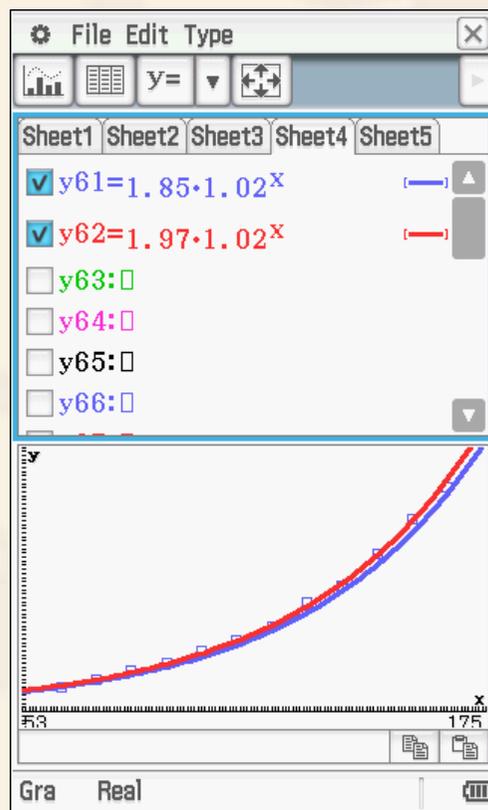
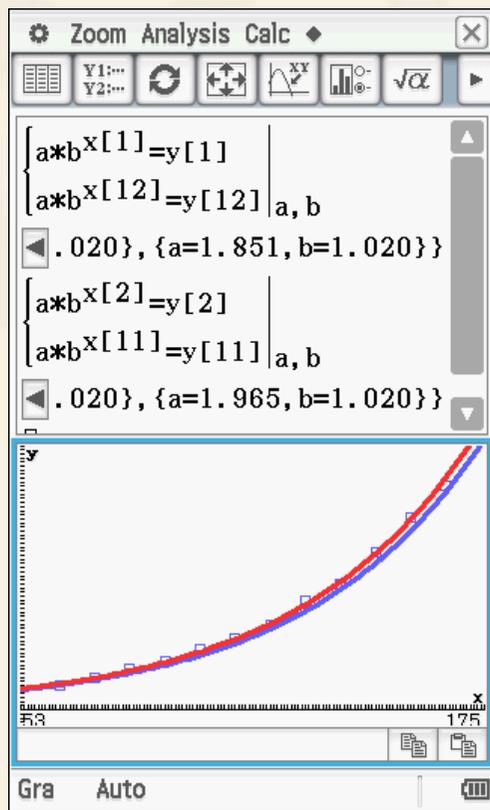
1. CASIO fx-CP400，进入Statistics（统计），录入身高 $x$ 与体重 $y$ ，点击统计图并设置，得到散点图。



从散点图看出，样本点大概呈指数型曲线分布，所以选取函数模型 $y=a*b^x$ 拟合。

## 二、待定系数法拟合引路

2. 选取第1组、12组数据，再考虑选取第2组、11组数据研究拟合。



从图像无法看出哪组数据拟合效果好，教材为何选取第2组、11组数据呢？

计算选取第1与12、2与11、3与10、4与9组数据的偏差和，

结果分别约是18.067、6.622、21.435、38.991

## 二、待定系数法拟合引路

### 3. 采用二次、三次、四次函数模型研究拟合。

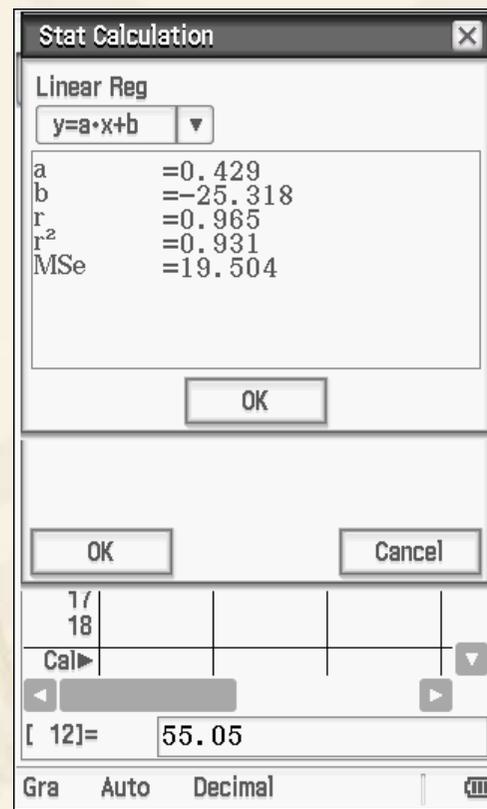
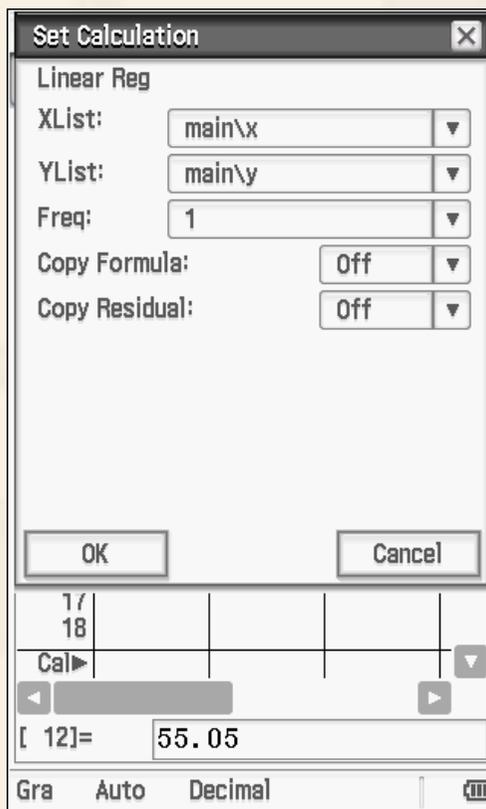
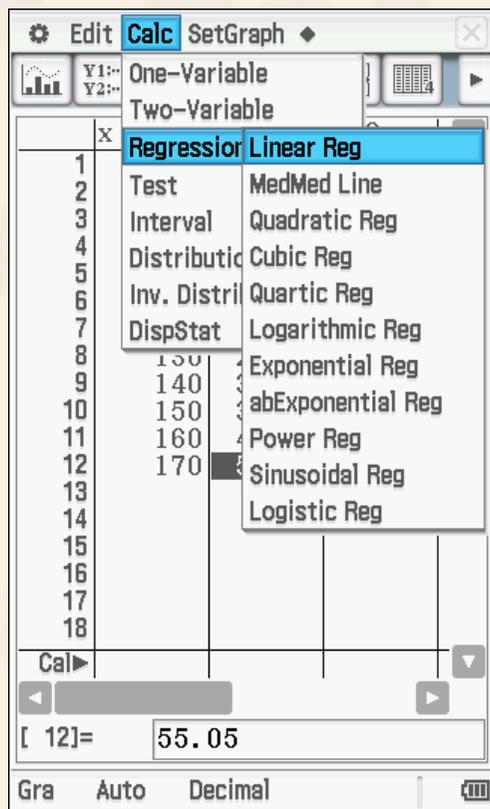
Calculator interface showing a quadratic regression fit. The input shows three data points:  $a*x[1]^2 + b*x[1] + c = y[1]$ ,  $a*x[6]^2 + b*x[6] + c = y[6]$ , and  $a*x[12]^2 + b*x[12] + c = y[12]$ . The parameters are  $\{a=0.004, b=-0.388, c=16.392\}$ . The sum of absolute residuals is 9.291.

Calculator interface showing a cubic regression fit. The input shows four data points:  $a*x[12]^3 + b*x[12]^2 + c*x[12] + d = y[12]$ ,  $a*x[4]^4 + b*x[4]^3 + c*x[4]^2 + d*x[4] + e = y[4]$ ,  $a*x[6]^4 + b*x[6]^3 + c*x[6]^2 + d*x[6] + e = y[6]$ ,  $a*x[9]^4 + b*x[9]^3 + c*x[9]^2 + d*x[9] + e = y[9]$ , and  $a*x[12]^4 + b*x[12]^3 + c*x[12]^2 + d*x[12] + e = y[12]$ . The parameters are  $\{a=0.000, b=-0.007, c=0.741, d=-19.696\}$ . The sum of absolute residuals is 6.177.

从偏差和计算结果分析，二次、三次拟合都不如教材选取指数型函数模型，四次拟合时选取第1,4,6,9,12组数据，偏差和为4.860，虽然比教材上选取指数型函数模型拟合效果略强，但从模型的简单性来说，选取指数型函数模型更好！

# 三、线性回归步入正轨

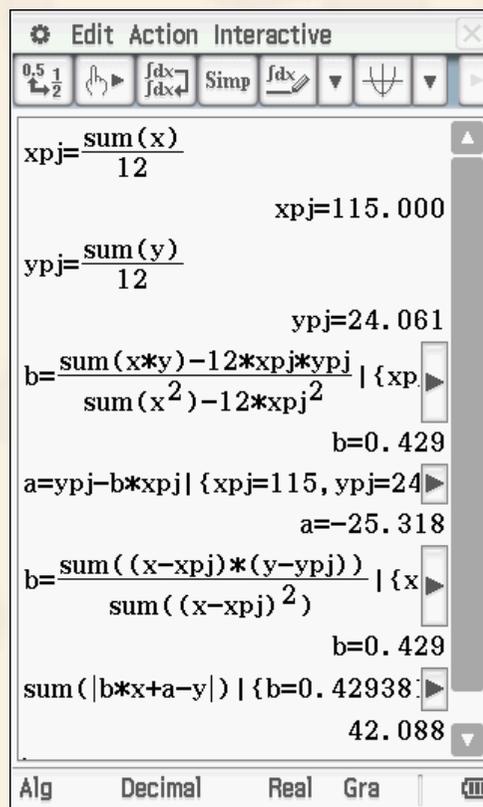
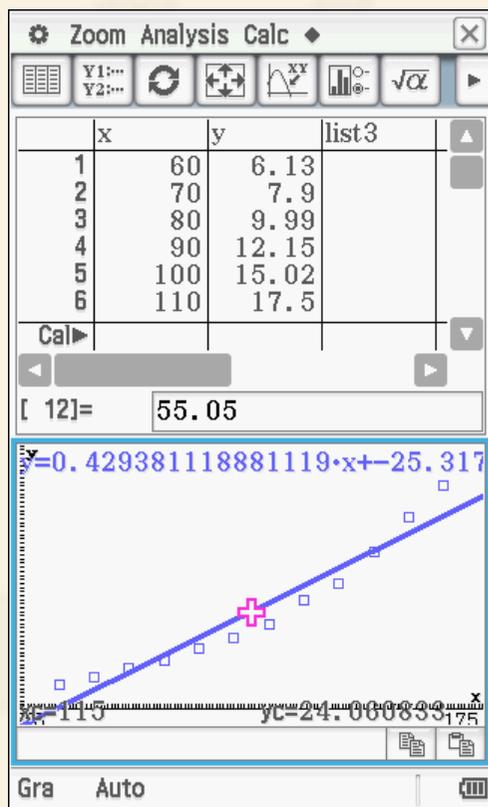
预备: CASIO fx-CP400, 进入Statistics (统计), 录入身高 $x$ 与体重 $y$ , 调用计算菜单中的线性回归分析, 得到结果。



从相关系数 $r=0.965$ 可以看出, 线性回归拟合效果较好, 但与教材选取指数型相比呢?

# 三、线性回归步入正轨

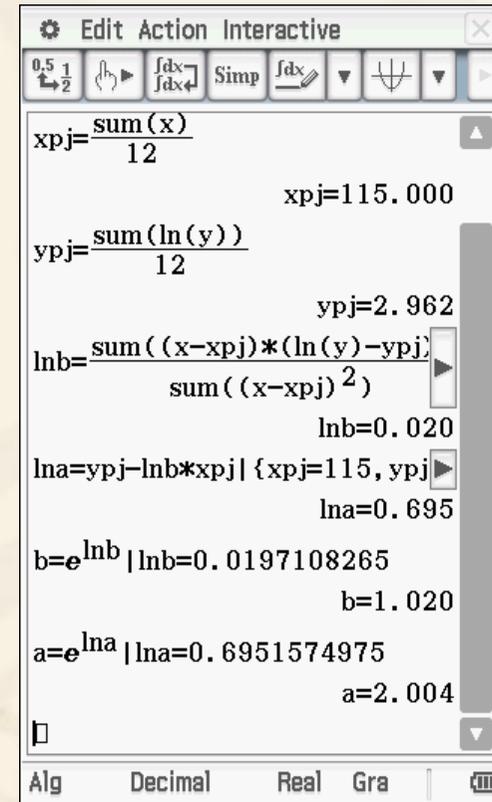
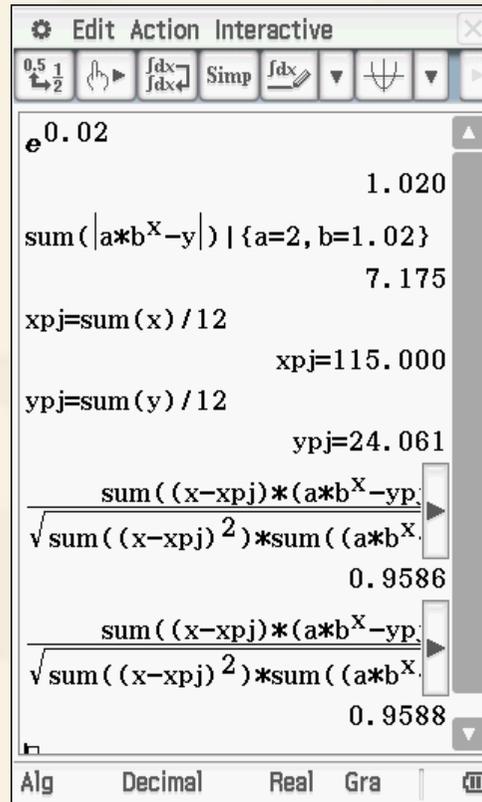
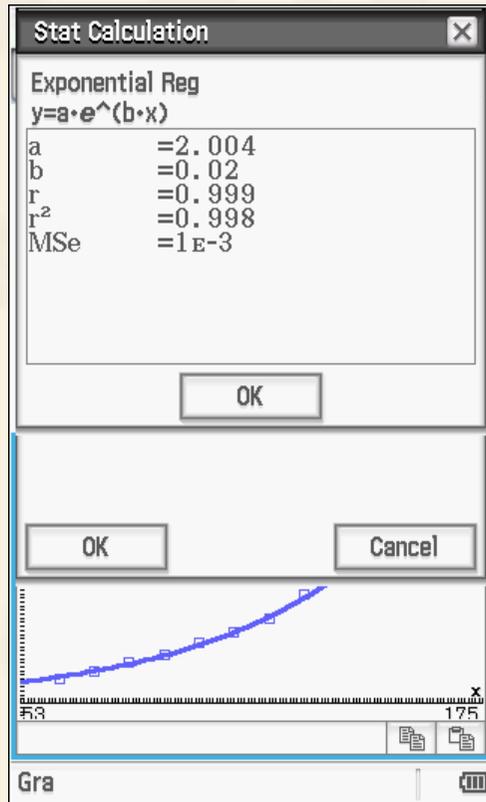
正轨：利用最小二乘法原理得到的线性回归系数公式进行计算。



计算偏差和为42.088，拟合效果不如前面待定系数法得到的任何模型。

# 四、非线性回归登上巅峰

直接调用指数回归，计算偏差和，不如教材模型。再登巅峰，非线性化线性



$y = a \cdot b^x$  两边取自然对数，得到  $\ln y = \ln a + x \cdot \ln b$ ，从而将非线性化为线性。

# 研究小结

三个阶段的方法是数学的精髓。  
直接回归拟合只能是课后拓展。  
图形计算器当草稿纸帮助演算。  
技术的运用是为学生学习服务。



# 致 谢

感谢领导与专家的指导!

感谢各位同行的支持!

祝福各位:

工作愉快,生活幸福!

欢迎访问中山市中学数学网: <http://sx.zsedu.net>