《数学 1.必修》知识点梳理

第一章、集合与函数概念

§1.1.1、集合

1、把研究的对象统称为元素，把一些元素组成的总体叫做集合。集合三要素：确定性、互异性、无序性。

2、只要构成两个集合的元素是一样的，就称这两个集合相等。

3、常见集合：正整数集合：N^*或N_+，整数集合：Z，有理数集合：Q，实数集合：R.

4、集合的表示方法：列举法、描述法.

§1.1.2、集合间的基本关系

1、一般地，对于两个集合A、B，如果集合A中任意一个元素都是集合B中的元素，则称集合A是集合B的子集。记作$A\subseteq B$.

2、如果集合$A\subseteq B$，但存在元素$x\in B$，且$x\notin A$，则称集合A是集合B的真子集. 记作：$A\subsetneqq B$.

3、把不含任何元素的集合叫做空集. 记作：$\varnothing$. 并规定：空集合是任何集合的子集.

4、如果集合A中含有n个元素，则集合A有2^n个子集，2^n-1个真子集.

5、性质：$A\subseteq A$；$\varnothing\subseteq A$；

若$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则$A\subseteq C$.

§1.1.3、集合的基本运算

1、一般地，由所有属于集合A或集合B的元素组成的集合，称为集合A与B的并集. 记作：$A\cup B$.

$A\cup B=\{x\mid x\in A,或x\in B\}$.

2、一般地，由属于集合A且属于集合B的所有元素组成的集合，称为A与B的交集. 记作：$A\cap B$.

$A\cap B=\{x\mid x\in A,且x\in B\}$.

3、全集、补集 $C_UA=\{x\mid x\in U,且x\notin A\}$

4、集合的运算性质

(1) $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$；$A\cap B=B\Leftrightarrow B\subseteq A$；

(2) $C_U(A\cap B)=(C_UA)\cup(C_UB)$；

$C_U(A\cup B)=(C_UA)\cap(C_UB)$.

注意事项：

1、研究集合问题，一定要理解集合的意义，**抓住集合的代表元素**. 如：$\{x\mid y=\lg x\}$为函数的定义域；$\{y\mid y=\lg x\}$为函数的值域；$\{(x,y)\mid y=\lg x\}$为函数图象上的点集.

2、遇到$A\cap B=\varnothing$时，你是否注意到“极端”情况：$A=\varnothing$或$B=\varnothing$；同样当$A\subseteq B$时，你是否忘记$A=\varnothing$的情形？要注意到$\varnothing$是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

3、**数轴和韦恩图**是进行交、并、补运算的有力工具，在具体计算时不要忘了集合本身和空集这两种特殊情况，补集思想常运用于解决否定型或正面较复杂的有关问题.

§1.2.1、函数的概念

1、设A、B是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系f，使对于集合A中的任意一个数x，在集合B中都有惟一确定的数$f(x)$和它对应，那么就称$f:A\to B$为集合A到集合B的一个函数，记作：$y=f(x),x\in A$. 函数概念中将数集拓展就是映射，**判断映射要点：A中任一，B中唯一.**

2、一个函数的构成要素为：定义域、对应关系、值域.如果两个函数的定义域相同，并且对应关系完全一致，则称这两个函数相等.

§1.2.2、函数的表示法

1、函数的三种表示方法：解析法、图象法、列表法.

§1.3.1、单调性与最大（小）值

1、注意函数单调性证明的一般格式：

解：设$x_1,x_2\in[a,b]$且$x_1<x_2$，则：

$f(x_1)-f(x_2)=\ldots$

§1.3.2、奇偶性

1、一般地，如果对于函数$f(x)$的定义域内任意一个x，都有$f(-x)=f(x)$，那么就称函数$f(x)$为偶函数. 偶函数图象关于y轴对称.

2、一般地，如果对于函数$f(x)$的定义域内任意一个x，都有$f(-x)=-f(x)$，那么就称函数$f(x)$为奇函数. 奇函数图象关于原点对称.

第二章、基本初等函数（Ⅰ）

§2.1.1、指数与指数幂的运算

1、一般地，如果$x^n=a$，那么x叫做a的n次方根，其中$n>1,n\in N_+$.

2、当n为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$；

当n为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|$.

3、我们规定：

(1) $a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$ $(a>0,m,n\in N^*,m>1)$；

(2) $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $(n>0)$；

4、指数幂运算性质：

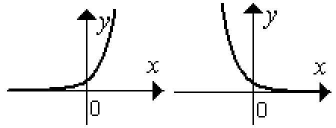
(1) $a^ra^s=a^{r+s}(a>0,r,s\in Q)$；

(2) $(a^r)^s=a^{rs}(a>0,r,s\in Q)$；

(3) $(ab)^r=a^rb^r(a>0,b>0,r\in Q)$.

§2.1.2、指数函数及其性质

1、记住图象：$y=a^x(a>0,a\neq1)$



当$a>1$时　　当$0<a<1$时

2、性质：

① 定义域**R**，值域$(0,+\infty)$，过定点$(0,1)$.

② $0<a<1$时，在**R**上是减函数；

$a>1$时，在**R**上是增函数.

§2.2.1、对数与对数运算

1、$a^x=N\Leftrightarrow\log_aN=x$；

2、$a^{\log_aN}=N$.

3、$\log_a1=0$，$\log_aa=1$.

4、**对数运算性质：**当$a>0,a\neq1,M>0,N>0$时：

(1) $\log_a(MN)=\log_aM+\log_aN$；

(2) $\log_a\left(\frac{M}{N}\right)=\log_aM-\log_aN$；

(3) $\log_aM^n=n\log_aM$.

5、**换底公式：**$\log_ab=\frac{\log_cb}{\log_ca}$

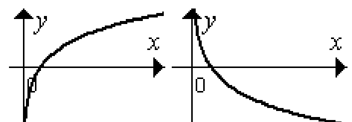
$(a>0,a\neq1,c>0,c\neq1,b>0)$.

6、**倒数公式：**$\log_ab=\frac{1}{\log_ba}$

$(a>0,a\neq1,b>0,b\neq1)$.

§2..2.2、对数函数及其性质

1、记住图象：$y=\log_ax(a>0,a\neq1)$



当$a>1$时　　当$0<a<1$时

2、性质：

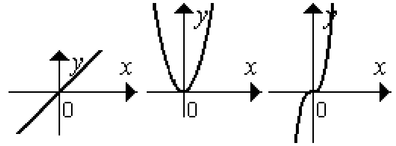
① 定义域$(0,+\infty)$，值域**R**，过定点$(1,0)$.

② $0<a<1$时，在$(0,+\infty)$上是减函数；

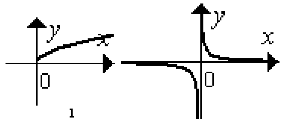
$a>1$时，在$(0,+\infty)$上是增函数.

§2.3、幂函数

1、几种幂函数的图象：



$y=x$　$y=x^2$　$y=x^3$



$y=x^{\frac{1}{2}}$　$y=x^{-1}$

注意事项：

1、指数、对数值的**大小比较**

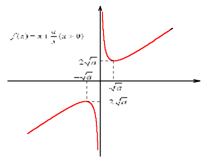
（1）化同底后利用函数的单调性；

（2）作差或作商法；

（3）利用中间量（0 或 1）；

（4）化同指数（或同真数）后利用图象比较.

2、对勾函数$f(x)=x+\frac{a}{x}(a>0)$的图象如右，性质如下：



$f(x)$分别在$(-\infty,-\sqrt{a}]$、$[\sqrt{a},+\infty)$上为增函数，分别在$[-\sqrt{a},0)$、$(0,\sqrt{a}]$上为减函数.

第三章、函数的应用

§3.1.1、方程的根与函数的零点

1、方程$f(x)=0$有实根 $\Leftrightarrow$ 函数$y=f(x)$的图象与x轴有交点 $\Leftrightarrow$ 函数$y=f(x)$有零点.

2、**性质：**如果函数$y=f(x)$在区间$[a,b]$上的图象是连续不断的一条曲线，并且有$f(a)\cdot f(b)<0$，那么，函数$y=f(x)$在区间(a,b)内有零点，即存在$c\in(a,b)$，使得$f(c)=0$，这个c也就是方程$f(x)=0$的根.

§3.1.2、用二分法求方程的近似解

§3.2.1、几类不同增长的函数模型

§3.2.2、函数模型的应用举例

《数学 2.必修》知识点梳理

第一章、空间几何体

1、空间几何体的结构

⑴ 常见的多面体有：棱柱、棱锥、棱台；常见的旋转体有：圆柱、圆锥、圆台、球。

⑵ 棱柱：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的多面体叫做棱柱。

⑶ 棱台：用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，这样的多面体叫做棱台。

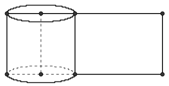
⑷ 长方体的对角线长：$l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

2、空间几何体的三视图和直观图

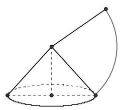
把光由一点向外散射形成的投影叫中心投影，中心投影的投影线交于一点；把在一束平行光线照射下的投影叫平行投影，平行投影的投影线是平行的。

斜二测画法：斜 45° 坐标系；平行于 x 轴线段平行不变，长度也不变；平行于 y 轴的线段平行不变，长度减半。

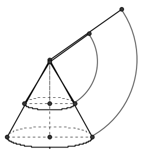
3、空间几何体的表面积与体积



⑴ 圆柱侧面积：$S_{侧面}=2\pi\cdot r\cdot l$



⑵ 圆锥侧面积：$S_{侧面}=\pi\cdot r\cdot l$



⑶ 圆台侧面积：

$S_{侧面}=\pi\cdot(r+R)\cdot l$

⑷ 体积公式：

$V_{柱体}=S\cdot h$；$V_{锥体}=\frac{1}{3}S\cdot h$；

$V_{台体}=\frac{1}{3}\left(S_{上}+\sqrt{S_{上}\cdot S_{下}}+S_{下}\right)h$

⑸ 球的表面积和体积：

$S_{球}=4\pi R^2$，$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$.

第二章、点、直线、平面之间的位置关系

1、公理 1：如果一条直线上两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内。

2、公理 2：过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面。

3、公理 3：如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线。

4、公理 4：平行于同一条直线的两条直线平行.

5、定理：空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

6、线线位置关系：平行、相交、异面。

7、线面位置关系：直线在平面内、直线和平面平行、直线和平面相交。

8、面面位置关系：平行、相交。

9、线面平行：

⑴ 判定：平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行。

⑵ 性质：一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行。

10、面面平行：

⑴ 判定：一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行。

⑵ 性质：如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行。

11、线面垂直：

⑴ 定义：如果一条直线垂直于一个平面内的任意一条直线，那么就说这条直线和这个平面垂直。

⑵ 判定：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直。

⑶ 性质：垂直于同一个平面的两条直线平行。

12、面面垂直：

⑴ 定义：两个平面相交，如果它们所成的二面角是直二面角，就说这两个平面互相垂直。

⑵ 判定：一个平面经过另一个平面的一条垂线，则这两个平面垂直。

⑶ 性质：两个平面互相垂直，则一个平面内垂直于交线的直线垂直于另一个平面。

13、直线和平面所成角：

（1）定义：平面的一条斜线和它在平面内的射影所成的锐角，叫这条直线和这个平面所成的角。

（2）范围：$(0^\circ,90^\circ]$

（3）求法：直线上取一点作平面垂线，连接垂足与斜足，解相应直角三角形。

14、二面角的求法：

（1）定义法：直接在二面角的棱上取一点，分别在两个半平面内作棱的垂线，得出平面角。

（2）垂面法：在二面角其中一个面内取一点，作另一个面的垂线及棱的垂线，连接两垂足，解直角三角形。

15、求解空间角度与距离的三步曲：

作 → 证 → 求

第三章、直线与方程

1、倾斜角与斜率： $k=\tan\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

2、直线方程：

⑴ 点斜式：$y-y_0=k\left(x-x_0\right)$

⑵ 斜截式：$y=kx+b$

⑶ 两点式：$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

⑷ 截距式：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

⑸ 一般式：$Ax+By+C=0$

补充：点系式：$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$

3、对于直线： $l_1:y=k_1x+b_1,l_2:y=k_2x+b_2$ 有：

⑴ $l_1//l_2\Leftrightarrow\begin{cases}k_1=k_2\\b_1\neq b_2\end{cases}$；

⑵ l_1 和 l_2 相交 $\Leftrightarrow k_1\neq k_2$；

⑶ l_1 和 l_2 重合 $\Leftrightarrow\begin{cases}k_1=k_2\\b_1=b_2\end{cases}$；

⑷ $l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$.

4、对于直线： $\begin{matrix}l_1:A_1x+B_1y+C_1=0,\\l_2:A_2x+B_2y+C_2=0\end{matrix}$ 有：

⑴ $l_1//l_2\Leftrightarrow\begin{cases}A_1B_2=A_2B_1\\B_1C_2\neq B_2C_1\end{cases}$；

⑵ l_1 和 l_2 相交 $\Leftrightarrow A_1B_2\neq A_2B_1$；

⑶ l_1 和 l_2 重合 $\Leftrightarrow\begin{cases}A_1B_2=A_2B_1\\B_1C_2=B_2C_1\end{cases}$；

⑷ $l_1\perp l_2\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$.

5、两点间距离公式：

$$\left|P_1P_2\right|=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$$

6、点到直线距离公式：

$$d=\frac{\left|Ax_0+By_0+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

7、两平行线距离公式：

$$d=\frac{\left|C_1-C_2\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

8、直线系方程：

⑴ 与 $Ax+By+C=0$ 平行的直线：

$Ax+By+C'=0$

⑵ 与 $Ax+By+C=0$ 垂直的直线：

$Bx-Ay+C'=0$

⑶ 经过两直线 $\begin{matrix}l_1:A_1x+B_1y+C_1=0,\\l_2:A_2x+B_2y+C_2=0\end{matrix}$ 交点的直线：

$(A_1x+B_1y+C_1)+\lambda(A_2x+B_2y+C_2)=0$.

第四章、圆与方程

1、圆的方程：

⑴ 标准方程：$\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=r^2$

⑵ 一般方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$.

当 $D^2+E^2-4F>0$ 时，方程表示圆，此时圆心为 $(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$，半径为 $r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$；

当 $D^2+E^2-4F=0$ 时，表示一个点；

当 $D^2+E^2-4F<0$ 时，方程不表示任何图形.

2、直线与圆位置关系：

有相离、相切、相交三种情况，两种判断方法：

⑴ 设直线 $l:Ax+By+C=0$，圆 $C:\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=r^2$，圆心 $C\left(a,b\right)$ 到 l 的距离为 $d=\frac{\left|Aa+Bb+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，则有

$d>r\Leftrightarrow l$ 与 C 相离；$d=r\Leftrightarrow l$ 与 C 相切；

$d<r\Leftrightarrow l$ 与 C 相交.

⑵ 设直线 $l:Ax+By+C=0$，圆 $C:\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=r^2$，先将方程联立消元，得到一个一元二次方程之后，令其中的判别式为 Δ，则有

$\Delta<0\Leftrightarrow l$ 与 C 相离；

$\Delta=0\Leftrightarrow l$ 与 C 相切；

$\Delta>0\Leftrightarrow l$ 与 C 相交.

3、两圆位置关系： $d=\left|O_1O_2\right|$

⑴ 外离：$d>R+r$；

⑵ 外切：$d=R+r$；

⑶ 相交：$R-r<d<R+r$；

⑷ 内切：$d=R-r$；

⑸ 内含：$d<R-r$.

4、空间两点间距离公式：

$$\left|P_1P_2\right|=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+\left(z_2-z_1\right)^2}$$

资料整理：高建彪　76456245@qq.com

欢迎访问 http://www.gdzssx.com　2016 年 1 月 5 日