

“基于 E-数学实验室的中学数学实验教学实践研究”课题活动之

高中数学实验教学研讨活动

会务手册

主办： 中山市电化教育站

承办： 中山市东升高级中学

赞助： 广州莱博仕教育设备有限公司

全通教育集团(广东)股份有限公司

2017年9月 广东·中山

资料目录

1、	高中数学实验教学研讨活动安排·····	1
2、	《数学 5》实验一 解三角形·····	2
3、	《开水泡茶口感探究》实验设计·····	4
4、	《开水泡茶口感探究》实验授课课件·····	7
5、	东升高中 2017~2018 学年数学实验教学方案 ···	9
6、	东升高中 2017 年暑假假期数学实践方案 ·····	10
7、	学生暑假实践优秀作品集 ·····	11
8、	交流论文：高中数学实验设计优化探索之旅 ·····	12
9、	HP Prime 图形计算器主要功能键介绍 ·····	17

“基于 E-数学实验室的中学数学实验教学实践研究”课题活动之

高中数学实验教学研讨活动安排

一、研讨时间：2017 年 9 月 12 日（星期二）下午 15:00~17:30

二、研讨地点：中山市东升高级中学 五楼数学实验室

三、参加人员：东升高中数学实验课题小组成员、中山课题实验学校各 2~3 人

四、应邀嘉宾：

中山一中教务主任（陈国祥）及中山高中数学学科带头人（李湖南）

中山实验学校教务主任（王福山）及实验骨干教师 2 人、华侨中学（马颖）

顺德碧桂园学校学科主任（庄新瑞）及国际实验骨干教师 2 人

澳门劳工子弟学校教务主任（董女士）及实验骨干教师 2 人

珠海市教研室主任（黄玉平）、珠海和风学校及北师大附中珠海分校 1 人

广东省电教馆发展研究部主任（林君芬博士，《教育信息技术》杂志社主编）

北京教育学院教授（王长沛，网络直播远程指导）

中山市电教站领导（贾建荣）、市教研室领导（ ）

五、活动议程

时间	研讨主题	发言人	交流内容
9 月 12 日下午 15:10—15:50	观摩学生实验课	东升高中 赵进	解三角形
	暑假实践作品展		
16:00—16:15	数学实验授课 15 分钟	东升高中 姬兴瑞	开水泡茶口感探究
16:15—17:10	数学实验教学研讨 及数学实验室 充分利用设想	参与会议学校领导 及 数学实验骨干教师	学生实验 实验授课 相关活动
17:10—17:30	活动总结	省市领导讲话	
		学校领导总结	

活动主持：高建彪 协助主持：董卜毓

六、其他事项

① 活动组织与接待：刘华山 13702797000

② 新闻报道、摄影：杨安明

③ 设备支持：市电教站（借用一体机一台，面向中山市初高中数学教师网络直播）

④ 活动赞助：广州莱博仕教育设备有限公司、全通教育集团（广东）股份有限公司

《数学5》实验一 解三角形

学校:_____ 班级:_____ 姓名:_____ 组序:_____ 机器序号:_____

实验目的

会利用 HP Prime 图形计算器的三角求解器及 CAS 运算解三角形,能在几何图形功能中绘制三角形并测量与计算;理解与掌握正弦定理、余弦定理的应用及三角形的面积公式.

实验准备

HP Prime 中文彩屏图形计算器(每人一台).

实验过程

※ 实验1 正弦定理、余弦定理及应用

问题 A: 在 $\triangle ABC$ 中, 已知下列条件, 解三角形: 评价: _____

- ① $b = 40\text{cm}$, $c = 20\text{cm}$, $C = 25^\circ$; ② $a = 9\text{cm}$, $b = 10\text{cm}$, $c = 15\text{cm}$.

实验步骤:

实验记录: 结果在实验分析中.

- S1:** 按  开机, 按  选[三角求解器], 按  , 清除所有数据.
- S2:** 按方向键或触屏输入第①组数据, 使得 $b = 40$, $c = 20$, $C = 25$, 触屏选[求解], 记录结果, 再触屏选[其他解], 并记录. 注: 触屏选[弧度]使得角度单位变为[度].
- S3:** 按  , 清除所有数据, 按方向键或触屏输入第②组数据, 使得 $a = 9$, $b = 10$, $c = 15$, 触屏选[求解], 并记录结果.
- S4:** 按 , 进入 CAS 运算, 按 , 清除所有运算数据, 再按 , 进入 CAS 设置, 触屏选择角度单位为[度], 并去掉[精确]的勾选.
- S5:** 按 , 输入 $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 * b * c} |_{a=9, b=10, c=15}$. 注: 输入小写字母先按 ; 按  后触屏选竖线.
- S6:** 按    , 求得角 A 的度数.
- S7:** 按     , 复制表达式, 修改后按上两步求角 B 、角 C 度数.

实验分析:

- (1) 完成实验各步, 记录结果如下: (精确到 0.1)
- I. $\triangle ABC$ 中, $b = 40$, $c = 20$, $C = 25^\circ$, 则 $a \approx$ _____, $A \approx$ _____, $B \approx$ _____, 或 $a \approx$ _____, $A \approx$ _____, $B \approx$ _____.
- II. $\triangle ABC$ 中, $a = 9$, $b = 10$, $c = 15$, 则 $\cos A =$ _____ \approx _____, $A \approx$ _____; $\cos B =$ _____ \approx _____, $B \approx$ _____; $\cos C =$ _____ \approx _____, $C \approx$ _____.
- (2) 讨论: $\triangle ABC$ 中, 已知 b , c , C , 当_____时, 三角形无解; 当_____时, 三角形一解; 当_____时, 三角形两解. 尝试用图示分析三种情况.

问题B: 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的直角坐标分别为 $A(3, 4)$ 、 $B(0, 0)$ 、 $C(x, 0)$ 。

(1) 若 $x=5$ ，求 $\sin \angle A$ 的值； (2) 若 $\angle A$ 是钝角，求 x 的取值范围。 评价: _____

实验步骤:

实验记录: 数据在实验分析中。

S1: 按 **CAS Settings**，进入 CAS 运算，按 **Shift CAS Settings** 进入 CAS 设置，角度度量设为度，去掉精确。

S2: 按 **Shift** $\sqrt{x^2}$ **()** **5** **-** **0** **▶** $\sqrt{x^2}$ **+** **()** **0** **-** **0** **▶** $\sqrt{x^2}$ **▶** **Shift** **EEX** **ALPHA** **Vars** **Enter**，将 $\sqrt{(5-0)^2 + (0-0)^2}$ 赋值给 a ；

S3: 类似步骤 S2，将 $\sqrt{(5-3)^2 + (0-4)^2}$ 赋值给 b ， $\sqrt{(0-3)^2 + (0-4)^2}$ 赋值给 c 。

S4: 按 **ALPHA** **Mem** **B** $\sqrt{x^2}$ **+** **ALPHA** **Units** **C** $\sqrt{x^2}$ **-** **ALPHA** **Vars** $\sqrt{x^2}$ **÷** **2** **×** **ALPHA** **Mem** **B** **×** **ALPHA** **Units** **C** **▶** **Shift** **EEX** **ALPHA** **Units** **C** **▶** **ALPHA** **Eval** **9** **ALPHA** **Vars** **Enter**，
将 $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ 赋值给 $\cos A$ ，再将 $\sqrt{1 - (\cos A)^2}$ 赋值给 $\sin A$ 。

S4: 类似步骤 S2~S4，计算出 $b^2 + c^2 - a^2$ ，再按 **Mem B**，触屏选[CAS][求解][求解]，按 **Shift** **+** $\sqrt{x^2}$ **Shift** **6** **▶** **▶** **Enter** **Eval** **xtθri** **Enter**，解不等式 $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ 。

实验分析:

进行上述实验，完成下列填空：

- I. 第 1 问中， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
II. 第 2 问中， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b^2 + c^2 - a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， x 范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

※ 实验 2 面积计算

问题C: 在 $\triangle ABC$ 中，已知下列条件，求三角形面积 S ： 评价: _____

- ① $a=18\text{cm}$ ， $c=25\text{cm}$ ， $B=48.5^\circ$ ； ② $a=44\text{cm}$ ， $b=23\text{cm}$ ， $c=37\text{cm}$ 。

实验步骤:

实验记录: 结果在实验分析中。

S1: 按 **CAS Settings**，进入 CAS 运算，按 **Shift Esc** **Enter**，清除所有运算数据，再按 **Shift CAS Settings**，进入 CAS 设置，触屏选择角度单位为[度]，并去掉[精确]的勾选。

S2: 按 **CAS Settings**，输入 $\frac{1}{2}a \cdot c \cdot \sin(jb)|_{a=18, c=25, jb=48.5}$ 。注：输入小写字母先按 **ALPHA**；按 **Units C** 触屏选竖线。

S3: 输入 $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}|_{a=44, b=23, c=37}$ ，计算出 $\cos A$ 。

S4: 按 **Shift** $\sqrt{x^2}$ **1** **-** **Shift** **+** $\sqrt{x^2}$ **Enter**，计算出 $\sin A$ ，再计算面积。

实验分析:

(1) 完成实验各步，记录结果如下：（精确到 0.1）

I. $\triangle ABC$ 中， $a=18$ ， $c=25$ ， $B=48.5^\circ$ ，则面积为 $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ 。

II. $\triangle ABC$ 中， $a=44$ ， $b=23$ ， $c=37$ ，则 $\cos A = \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\sin A = \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ ， $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 思考：三角形面积公式是如何推导的？

开水泡茶口感的探究

东升高中 姬兴瑞

实验背景分析

新的课程标准提出了数学建模和数学探究等研究性学习内容的要求，要求学生从现实情境或某个具体数学问题出发，提出问题并提出解决问题的思路 and 方案，经过建立模型或运算求解等过程，自主探索、合作探究得出结论。探究型学习的过程更离不开信息技术工具的支撑。利用信息技术工具，学生可以在教师引导下，自主获取知识、应用技术工具解决问题，更好地从事这种具有科研性质的活动。

实验“开水泡茶口感的探究”是基于学生学习了人教版高中数学选修 1-2 第一章第一节回归分析的基本思想及初步应用的情况，结合生活中常见的泡茶情景设计的数学实验课。意在借助信息技术手段，将所学数学知识用于探究生活问题。

一、实验教学目标

1、知识与技能：(1) 学会用回归分析的基本思想解决生活实际问题；(2) 学会利用 Hp Prime 图形计算器采集、分析、处理数据；(3) 了解数学建模的基本步骤。

2、过程与方法：(1) 让学生通过采集数据、作散点图并拟合的过程，进一步深化对回归分析的基本思想的理解和数学建模思想；(2) 让学生观察、讨论、归纳并概括所学的知识。

3、情感态度与价值观：(1) 培养学生的动手能力，利用数学知识解决生活实际问题的能力。(2) 使学生通过沏茶的过程，初步了解我国博大进深的茶文化，进一步增加传统文化素养。

二、实验教学重难点

实验教学重点：数据采集及分析拟合

实验教学难点：信息技术工具的实用、结果处理

三、实验教学器材

Hp Prime 图形计算器、温度传感器、玻璃茶杯、电热水壶、绿茶、室内温度计

四、实验教学过程



问题导入

据调查，全世界一百多个国家和地区的人喜爱品茶，各国茶文化各不相同，各有千秋。对于我们中国人饮茶，注重一个“品”字，凡来了客人，沏茶、敬茶的礼仪是必不可少的。当有客来访，可征求意见，选用最合来客口味和最佳茶具待客。绿茶因其香郁达、味醇、行美备受大家青睐。冲泡绿茶首选玻璃茶具，这样不仅我们不仅可以品其香，亦可赏其美。那么我们冲泡一杯绿茶，在多久后饮才能品到最佳的口感呢？

今天我们来探究室温下泡茶的温度变化和口感问题。“经验表明，某种绿茶用 85°C 的水泡制，再等到茶水温度降至 60°C 时饮用，可以产生最佳口感。那么在室温下，刚泡

好的茶水大约需要放置多长时间才能达到最佳饮用口感？”

实验探究

(一)、烧水沏茶

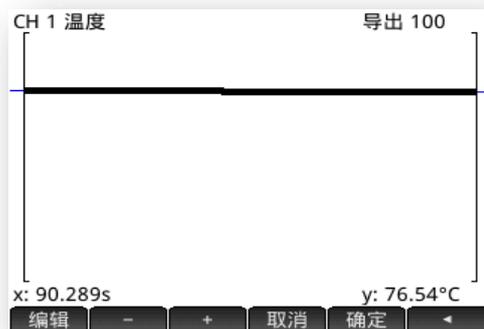
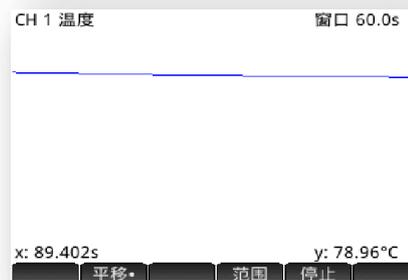
- 1、电热水壶烧水（岩泉初沸）。
- 2、开水淋洗茶杯（孟臣沐霖）。
- 3、按口味浓淡度取适量绿茶投入茶杯中（乌龙入宫）。
- 4、等水温降至 85℃时，将水高冲入茶杯中（悬壶高冲）。

(二)、采集数据

将 Hp Prime 图形计算器开机调至图 1 界面，设置好数据采集时长及样本个数，调至图 2 界面，连接温度传感器，采集数据。

(三)、处理数据

导出数据并修正。



双变量统计 数字视图

	C1	C2	C3	C4
91	84.966	76.6993		
92	85.5924	76.6589		
93	86.2187	76.6589		
94	86.8443	76.6589		
95	87.4707	76.6589		
96	88.0971	76.6589		
97	88.7227	76.6186		
98	89.349	76.5782		
99	89.9754	76.5379		
100				

输入数值或表达式

编辑 插入 排序 大小 生成 统计

双变量统计 数字视图

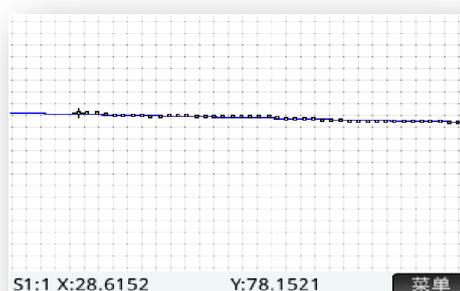
	C1	C2	C3	C4
92	85.5924	76.6589		
93	86.2187	76.6589		
94	86.8443	76.6589		
95	87.4707	76.6589		
96	88.0971	76.6589		
97	88.7227	76.6186		
98	89.349	76.5782		
99	89.9754	76.5379		
100	90.601	78.1118		
101				

78.1118

编辑 插入 排序 大小 生成 统计

(四)、函数拟合

- 1、选择适当的函数拟合。
- 2、对拟合函数统计分析。





X	S1	S2
n	99	99
r	-9.90684E-1	-9.90557E-1
R ²	9.814547E-1	9.812039E-1
sCOV	-1.04506E-1	-8.08258043
σCOV	-1.03450E-1	-8.00093820
ΣXY	4.531137E5	4.531137E5
99		

(五)、实验结果应用

1、利用拟合函数进行预报

2、得到结论: 在_____°C室温下,用_____容量的玻璃杯,85°C的水泡绿茶,等_____秒后饮用,可以产生最佳口感。

科学验证

利用牛顿常温环境下冷却模型进行科学验证。

牛顿常温环境下冷却模型: $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0) \cdot e^{-kt}$, 其中 t 表示经过的时间, θ_1 表示物体的初始温度, θ_0 表示环境稳定温度, k 为正常数。

误差分析

存在误差的原因如下:

- 1、数据采集: 采集数据时间过短, 或没有对首位的样本数据进行修正。
- 2、随机误差: 影响茶汤温度变化的, 除了室温还有茶杯造型、茶汤多少等因素。

改进措施

延长数据采集时间, 尽量使外界环境稳定, 调整工序等。

开水泡茶口感的探究

东升高级中学 姬兴瑞




问题导入

经验表明，某种绿茶用85°C的水泡制，再等到茶水温度降至60°C时饮用，可以产生最佳口感。那么在室温下，刚泡好的茶水大约需要放置多长时间才能达到最佳饮用口感？



实验探究

(一) 烧水沏茶

- 1、电热水壶烧水 ← 岩泉初沸
- 2、开水淋洗茶杯 ← 孟臣沐霖
- 3、绿茶投入茶杯 ← 乌龙入宫
- 4、将水冲入茶杯 ← 悬壶高冲



实验探究

(二) 采集数据

- 1、设置Hp Prime图形计算器连接温度传感器
- 2、将温度传感器探头插入杯中，开始采集数据



实验探究

(三) 处理数据

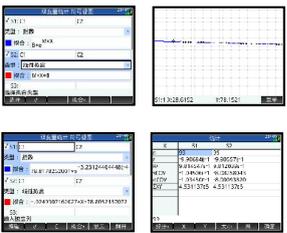
- 导出数据并修正



实验探究

(四) 函数拟合

- 1、选择适当的函数拟合
- 2、对拟合函数统计分析



实验探究

(五) 实验结果应用

- 1、利用拟合函数进行预报
- 2、得到结论

在___°C室温下，用___容量的玻璃杯，85°C的水泡绿茶，等___秒后饮用，可以产生最佳口感



科学验证

(五) 实验结果应用

- 牛顿常温环境下冷却模型：

$$\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0) \cdot e^{-kt}$$

其中 t 表示经过的时间， θ 表示物体的初始温度， θ_0 表示环境稳定温度， k 为正常数。

误差分析

- 讨论存在误差的原因：



- 改进措施：



课后作业

请用下列装置设计一个实验。



不足之处

请各位专家批评指正

东升高中 2017~2018 学年数学实验教学方案

(讨论稿)

一、数学实验目的

激发学生学习数学的兴趣，巩固中学阶段所学数学知识，培养动手实践与探索创新能力，拓展学生课外数学知识与数学视野。

二、数学实验环境

1. **实验条件：**在学校领导的积极争取下，在中山市电教站的支持下，配备了 56 台 HP Prime 图形计算器等设备，建立了数学实验室。

2. **实验班级：**高一、高二年级，各选择 2 个班（普通理科班、普通文科班）进行实验，注意在实验前后与平行班进行对比调查，包括成绩、兴趣、能力等。

3. **实验开课：**每周开设 1 节数学实验课（**进课表**），一般为两节连堂数学课的第 2 节。教师需提前编写好实验报告，可参考中山市 hp 课题组的实验成果。

三、数学实验制度

学生在实验中，必须遵循以下制度与要求。

1. 认真进行操作、记录、观察、分析；
2. 独立完成实验，包括操作与记录，认真分析与思考；
3. 实验中操作有困难，可举手请求指导老师或学生技术骨干解决；
4. 认真填写好实验报告；
5. 实验课前后需保管好机器，丢失或损坏，由责任班级承担。

四、其他补充说明

1. 各数学实验班分为 9 组，每组 6 人，每人一台机器，超过人数由实验教师协调。
2. 非实验班可以每学期申请 1~3 次数学实验课。
3. 高一数学实验教师由李步炎、李刚、高建彪老师兼任，高二数学实验教师由刘华山、赵进、姬兴瑞老师兼任。
4. 数学实验员由_____兼任 / 专任，每周计算_____课时。

东升高中

2017 年 6 月 23 日

中山市东升高中 2017 年暑假数学假期实践方案

一、活动宗旨：丰富具有数学潜质的在校学生暑假学习实践，提高解决数学问题的能力，培养学生动手操作能力，激发学生学习兴趣，拓展学生数学视野，培养适应信息科技社会的创新人才。

二、活动时间：2017 年 7 月 10 日~2017 年 8 月 31 日

三、活动对象：中山市东升高级中学 2016 级高一学生

四、活动网址：<http://www.gdzssx.com/hp>

五、活动办法

1、通过活动网址，学习 HP Prime 图形计算器的使用方法。

2、尝试用 HP Prime 图形计算器或模拟器，绘制函数图像、几何图形、编写程序、解决数学问题和撰写研究小论文。

3、假期优秀作品，在 2017 年 8 月 31 日前发送到邮箱 76456245@qq.com。要求注明作者姓名、班级及作品说明。小论文、有作品制作过程或演示视频（建议用安卓下的彩视软件制作）的，优先评奖。特等奖获得者，须同时提供视频。

4、学校数学实验室的图形计算器，在暑假实践时间内，将平均分配到新学期的数学实验班，损坏、遗失将照价赔偿。

六、奖励办法

设立个人奖与团体奖。

个人奖设特等奖 1 名（奖励：HP Prime 图形计算器 1 台，价值 2000 元）、一等奖 4 名（奖励：HP 39II 图形计算器 1 台，价值 400 元）、二等奖 10 名（奖励：HP 双肩包 1 个，价值 150 元）、三等奖参加人数的 30%（奖励：HP 16G U 盘 1 个，价值 50 元）。团体奖以班级为单位，依据参加队员的总分之之和进行奖励（特等奖记 8 分，一等奖计 5 分，二等奖记 3 分，三等奖记 2 分，参加记 1 分），取优秀奖 2 名（奖励：Labox 超级起重机组组合 1 套，价值 2500 元）。

获奖的团体和个人颁发获奖证书，奖品由广州莱博仕教育设备有限公司赞助。

中山市东升高级中学

2017 年 6 月 18 日

Labox 超级起重机组组合介绍：

产品描述：制作套件采用拼插式结构，根据构件的用途不同，部件采用优质尼龙制造，尺寸精确，不易磨损，可以保证反复拆装的同时不影响模型结合的精确度。易于拼接、颜色鲜艳亮丽、能耐炎热和高寒、耐磨、韧性好等优点。构件的工业燕尾槽设计使六面都可拼接。利用“六面可拼接体”这种开放的零件，来构建或者模拟现实发挥参与者的创意。

利用 2000 多个构件能够拼接：移动的大型龙门起重机、重载起重机、建筑用起重机等 3 个大型模型。每个模型臂长大于 1.1 米，配备无线遥控控制系统。支持 4 路遥控信号，四路独立的电机和动力。可以手动控制、电动控制、无线遥控控制；吊斗可以上下升降、前后移动；吊臂可以 360 度自由旋转。独特的设计可实现随心所欲的组合和扩充，使其成为真正的想象无限，创意无限的产品。

通过生产线模型的创意和拼接增加了学生对滑轮组、杠杆、传动、无线遥控等相关知识的综合应用的掌握。是结构工程、机械工程和电子的综合应用能力的训练。

东升高中 2017 年暑假数学假期实践学生优秀作品



特等奖 高二 10 班 杨志富 《几何实物绘图》

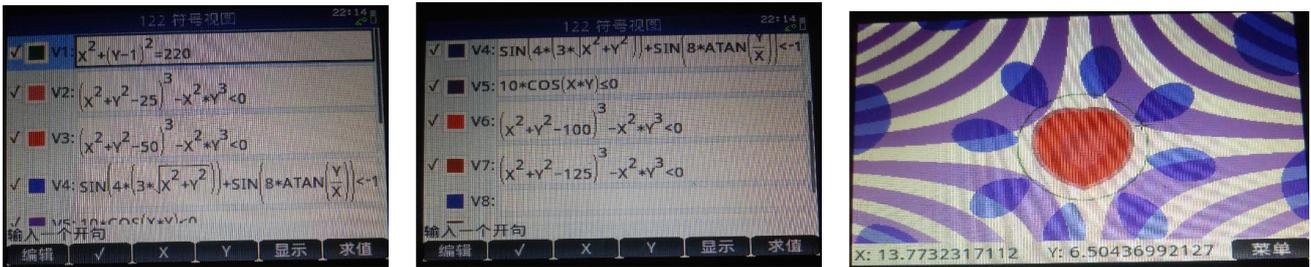


二等奖 高二 10 班 王祺松 《彩色的心》

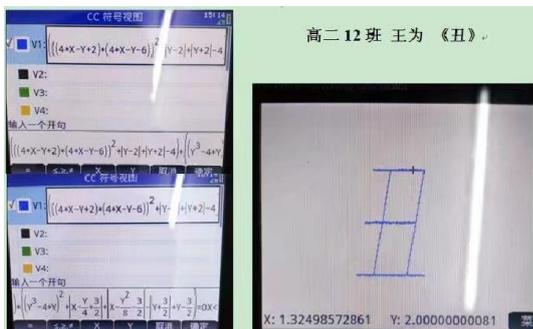
hp计算器暑假向“心”葵 - 广东省中山市东升高级中学 高贰拾班 徐鑫 此图像由7个函数组成,其中4个心形线极坐标方程... 8月29日

广东省中山市东升高级中学 高贰拾班 徐鑫

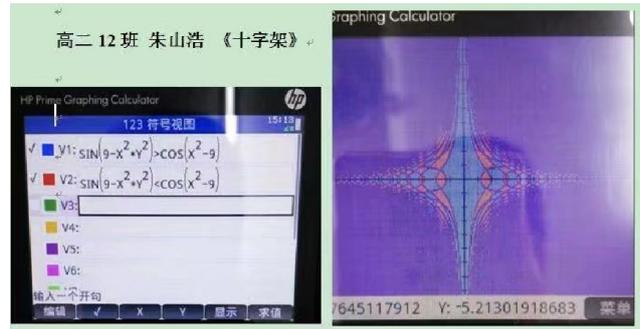
此图像由7个函数组成,其中4个心形线极坐标方程,1个圆方程,还有2两未知方程。
此图像十分类似于向日葵,不过中心为爱心,故取名向心葵。
此图像为一时兴起所作,感觉十分抽象,不过仔细欣赏则别有洞天,望细细品味!



一等奖 高二 10 班 徐鑫 《向日葵》



二等奖 高二 12 班 王为 《丑》



二等奖 高二 12 班 朱山浩 《十字架》

假期实践优秀老师：刘华山 《用手机玩转 hp prime 图形计算器》

假期实践优秀班级：高二 10 班

基于 *HP-Prime* 技术支撑的高中数学实验设计优化探索之旅

高建彪（广东省中山市东升高中）

摘要:

本文以 *HP-Prime* 图形计算器为数学实验的支撑平台，结合技术手段运用于数学实验的具体情况，在高中新课程标准数学实验教材中精选四例典型问题，对常见数学实验设计展开优化研究。通过优化探索之旅，意图强化数学实验设计中，不能只是技术的舞台，而应是技术激发兴趣、帮助探索，最终强化数学知识与思想方法，形成解决实际问题的能力。

关键词: 手持技术 数学实验 模型拟合 设计优化

信息技术手段迅猛发展的时代，数学教学中融入技术已成为时代发展的需要，各种数学教育技术的平台也逐渐走进我们的数学课堂，特别是具有“移动便携数学实验室”美誉的图形计算器，已于 2010 年 2 月正式纳入教育部发布的《高中理科教学仪器配备标准》之中。时至今日，经济发达的省市都已迎来图形计算器数学实验室配备的春天。

教育技术手段的运用，除了以课堂探索为辅助教学手段之外，另一种恰当的运用方式是以技术平台为支撑，围绕数学教材设计学生实验报告，使数学学科与理化生学科一样，能让学生动手进行数学实验。如何设计数学教学中的实验和学生实验报告中的实验，已成为数学教育技术整合到高中数学中的重要话题。笔者查阅已有的一些数学实验设计，结合实验设计中经常出现的一些误区，撰写此文进行抛砖引玉，希望有更多的同仁参与到数学实验教学设计的研究之中。

一、由热点问题“二分法”例析，数学实验设计应注重原理方法

普通高中数学课程标准实验教学中，二分法为课标新增内容，是数学课标教学研究中的热门课题。技术手段的运用，更是将二分法教学任务的完成变得轻松自如。

问题 1 求函数 $f(x) = \ln x + 2x - 6$ 的零点（精确到 0.01）。（人教 A 版《数学 1》 P_{89} ）

实验设计: 针对二分法内容，常见的实验方法是利用技术手段画图像求零点（如图 1），并利用计算器求解指令解方程（如图 2），利用编程功能写程序求零点（如图 3），利用繁琐的计算过程逐步演算求出结果（如惠普的《高中数学基础实验手册》第 36 页~第 37 页）。

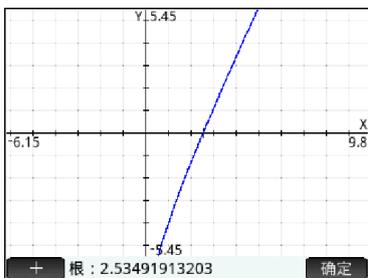


图 1

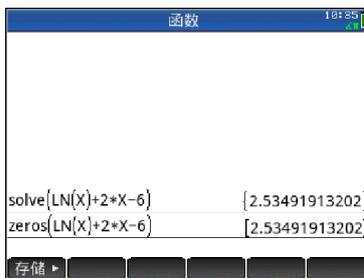


图 2

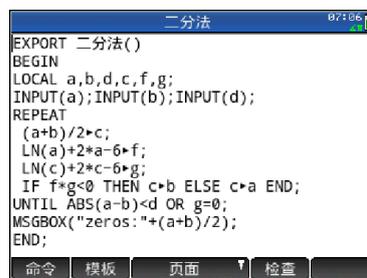


图 3

设计分析: 上述实验设计，如果只是停留在图 1~图 3 的探索，就走进了严重的误区，因为二分法的教学，重在运用零点存在性原理和二分区间的思想，逐步逼近零点近似值，

所以繁琐的逐步演算不可缺少。但可以简化运算过程（如图 4~图 7），或利用电子表格功能演算（如图 8~图 9）。



图 4



图 5



图 6



图 7



图 8



图 9

图 4~图 7 的代数运算中，重在理解图 4 中左右两个端点的赋值，通过端点与中点函数值计算结果的符号关系，判断中点 C 的值是赋予 A 还是赋予 B ，通过计算区间的长度判断是否达到精确度。图 5~图 6，则是图 4 运算步骤的简单复制过程。图 8~图 9 中电子表格演算二分法，则重在图 8 表头项的设计，图 9 中的后续工作则只是人脑选择 A 端还是 B 端的值，技术操作则只是简单的复制与粘贴，其余各列均自动完成运算。二分法的思想与方法，在上述数学实验操作中，得到了有效的落实。

二、由函数模型建立例析，数学实验设计应注重教材安排

课标教材中不同内容的学习中，都有函数模型的建立，在相应的阶段应当选择对应的方法，不能忽视教材教学内容的阶段性安排。在人教 A 版普通高中课程标准实验教材《数学 1》的第三章，研究函数模型及其应用时，第 105 页有下面一道例题：

问题 2 某地区不同身高的未成年男性的体重平均值如下表：（人教 A 版《数学 1》 P_{105} ）

身高/cm	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
体重/kg	6.13	7.90	9.99	12.15	15.02	17.50	20.92	26.86	31.11	38.85	47.25	55.05

(1) 根据上表提供的数据，能否建立恰当的函数模型，使它能比较近似地反映这个地区未成年男性体重 y kg 与身高 x cm 的函数关系？试写出这个函数模型的解析式。

(2) 若体重超过相同身高男性体重平均值的 1.2 倍为偏胖，低于 0.8 倍为偏瘦，那么这个地区一名身高为 175 cm，体重为 78 kg 的在校男生的体重是否正常？

实验误区：针对教材《数学 1》这一实例，笔者见过最多的设计就是毫不犹豫的运用

回归分析的手段进行实验（如图 10~图 12 所示），甚至进行了不同回归方程的探索，却不知这只是《数学 1》内容中的函数模型的建立。

	C1	C2	C3	C4
1	60	6.13		
2	70	7.9		
3	80	9.99		
4	90	12.15		
5	100	15.02		
6	110	17.5		
7	120	20.92		
8	130	26.86		
9	140	31.11		
10	150	38.85		
60				

图 10

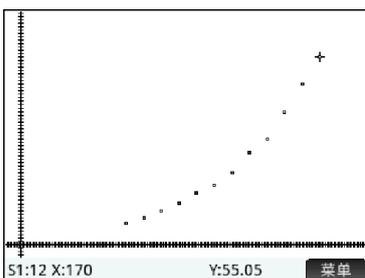


图 11



图 12

设计分析：认真阅读教材的处理，你会发现它只是观察散点图的特征，发现这些点的连线是一条向上弯曲的曲线，根据之前所学的指数函数图像特征，考虑用 $y = a \cdot b^x$ 这一函数模型来近似刻画这个地区未成年男性体重 y kg 与身高 x cm 的函数关系。在学习《数学 1》的阶段，自然只能用待定系数法来求待定系数 a 和 b ，所以教材中选取其中 2 组与第 11 组数据列方程组，用计算器算得 $a \approx 2$ ， $b \approx 1.02$ 。针对教材此阶段的处理，我们在图 10 的基础上，应当采用解方程组的代数运算，强化待定系数法运用于数学建模（如图 13）。

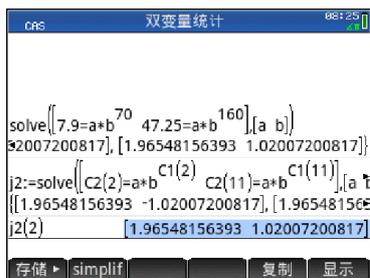


图 13



图 14

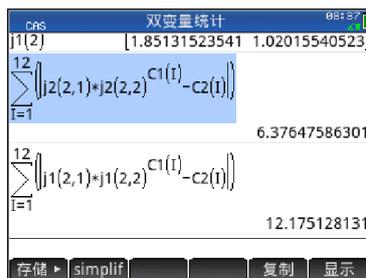


图 15

如果要进一步探究，我们将思考能否选择其它两组数据呢？回答是当然可以，但到底选取哪一组数据最为适合呢？我们利用 *HP-Prime* 技术，计算选取不同组数据所得函数模型的预测值和实际值差的绝对值的和，能轻松发现教材中所选取的第 2 组与第 11 组数据是最为恰当的，如图 14~图 15 所示。更详细的研究思路，可参考笔者在广东省图形计算器课题组领导徐勇主任指导下，研究撰写的一篇文章《一例教材中的函数模型拟合之路的探索》（此文已发表于《中国数学教育》2014 年第 11 期）。

三、由位置关系判断例析，数学实验设计应注重代数运算

在解析几何的学习与研究中，常常需要判别两条曲线的位置关系。在技术的支撑下，最常见办法的是作图观察，或者解方程组判断。

问题 3 判断直线 $l: 3x + y - 6 = 0$ 和圆 $C: x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ 的位置关系。（人教 A 版《数学 2》 P_{127} ）

实验设计：利用 *HP-Prime* 的高级作图，轻松得到直线与圆的图形，观察图像能发现它们的位置关系，甚至求出交点坐标，如图 16~图 17 所示。或者直接解方程组，根据根的个数判断它们的位置关系，如图 18 所示。

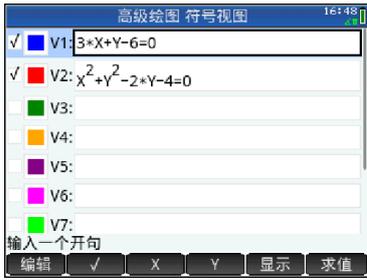


图 16

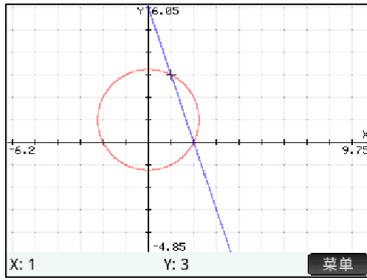


图 17

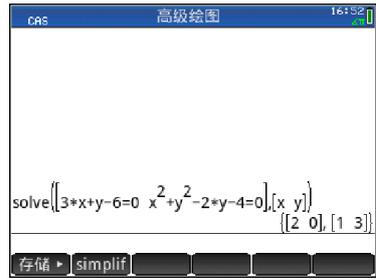


图 18

设计分析：上述实验设计看似完美，作图探索体现了数形结合思想，解方程组体现了方程思想的运用。但是，上述实验都只能作为验证手段，真正体现数学味的实验设计，应当是代入消元，然后利用判别式判断根的个数，如图 19 所示；或者利用配方法求圆心与半径，利用几何法判断直线与圆的位置关系，如图 20~图 21 所示，遗憾的是 *HP-Prime* 无直接配方。

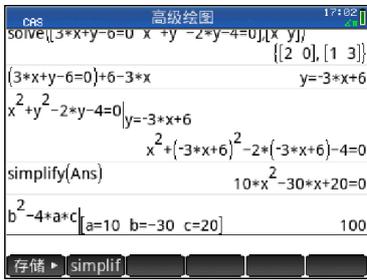


图 19

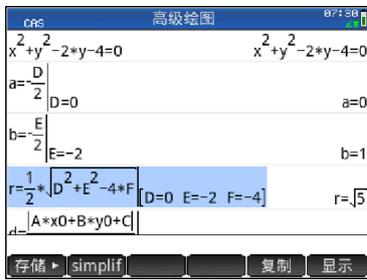


图 20

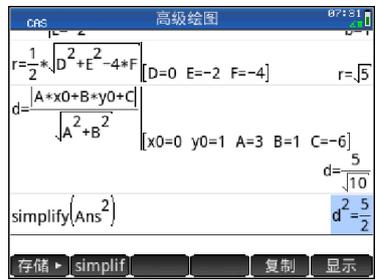


图 21

图 19 与图 21 所演示的代数运算，把繁琐的计算交给机器，人脑只需根据所学的数学知识与方法，指挥机器如何进行运算。机器演算的算理（步骤与方法），才是我们学习研究数学时所应抓住的灵魂。

四、由回归分析热点例析，数学实验设计应注重知识运用

回归分析也是课标新增内容，是高考考查的热点问题。教材所选取的一些实例，没有计算器的帮助，几乎不能完成计算，所以导致新课程标准实验之后的首次高考被师生忽视，但现在已成为师生掌握最好的问题，然而却只是针对一些能笔算结果的数据。

问题 4 在一次对人体脂肪含量和年龄关系的研究中，研究人员获得了一组样本数据：

年龄	23	27	39	41	45	49	50
脂肪	9.5	17.8	21.2	25.9	27.5	26.3	28.2
年龄	53	54	56	57	58	60	61
脂肪	29.6	30.2	31.4	30.8	33.5	35.2	34.6

根据上述数据，人体的脂肪含量与年龄之间有怎样的关系？（人教 A 版《数学 2》 P_{85} ）

实验误区：利用 *HP-Prime* 的双变量统计功能，在数据表格中录入数据（图 22），在图形视图中得到散点图，在符号视图进行线性拟合的运算（图 24），然后再回到图形视图中观察拟合效果（图 24），至此实验完毕。

双变量统计 数字视图				
	x	y	C3	C4
1	23	9.5		
2	27	17.8		
3	39	21.2		
4	41	25.9		
5	45	27.5		
6	49	26.3		
7	50	28.2		
8	53	29.6		
9	54	30.2		
10	56	31.4		
9.5				

图 22

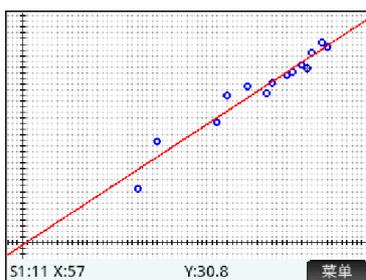


图 23

双变量统计 符号视图	
√ S1:	C1 C2
类型:	线性拟合
拟合:	$0.576477250537 * X - 0.447799257957$
S2:	
类型:	线性拟合
拟合:	$M * X + B$
S3:	
输入独立列	

图 24

设计分析：上述实验完毕，似乎能感受到技术的优势，原本笔算非常困难的问题，录入数据之后轻松点击几个按键就得到了结果。仔细推敲一下，回归分析的数学知识与方法，得到了落实吗？系数的计算公式何在呢？没有数学味的实验，只是技术的舞台，我们应当尽量避免，而回归到具有数学味的实验设计之中。于是我们可以在图 24 的直接技术手段拟合的实验之前，插入如图 25~图 27 所示的代数运算实验过程，甚至探索最小二乘法原理。

双变量统计	
y	[23., 27., 39., 41., 45., 49., 50., 53., 54., 56., 57., 59.]
x	[9.5, 17.8, 21.2, 25.9, 27.5, 26.3, 28.2, 29.6, 30.2, 31.4]
$x_{pj} = \frac{1}{14} * \sum_{i=1}^{14} x(i)$	48.0714285714
$y_{pj} = \frac{1}{14} * \sum_{i=1}^{14} y(i)$	27.2642857143

图 25

双变量统计	
$y_{pj} = \frac{1}{14} * \sum_{i=1}^{14} y(i)$	27.2642857143
$\sum_{i=1}^{14} (x(i)*y(i)) - 14*x_{pj}*y_{pj}$	
$\sum_{i=1}^{14} (x(i)^2) - 14*x_{pj}^2$	0.576477250537
$y_{pj} - Ans*x_{pj}$	-0.44779925796

图 26

双变量统计	
$\sum_{i=1}^{14} ((x(i)-x_{pj})*(y(i)-y_{pj}))$	
$\sum_{i=1}^{14} ((x(i)-x_{pj})^2)$	0.576477250537
$\sum_{i=1}^{14} ((x(i)-x_{pj})*(y(i)-y_{pj}))$	

图 27

图 25 是计算 x 、 y 的平均值，图 26 是由线性回归方程的系数公式，计算系数 b 、 a ，图 27 则是用另外一个系数公式进行计算，并计算判断拟合效果的相关系数。

小结语：

数学实验的设计，需要我们不断的探索，在实验过程之后进行反思，修改并完善原有的实验设计。只有经历反复的锤炼，才能打造精品实验。而实验的设计与修改，在综合运用技术的同时，都必须重视数学知识与思想方法的落实。在技术的运用中，不能停留在图形计算器图形功能，还应展示统计与数据处理功能，利用技术拓展研究，发挥图形计算器代数运算的重要作用，即繁琐的计算交给机器，人脑指挥机器的过程形成需要掌握的算理。

让我们共同努力探索吧，技术的价值与魅力是无限的，充分整合技术的数学教学，更是自由自在、其乐无穷与美丽无比！

(作者：广东图形计算器课题组成员 高建彪 写于 2015 年 6 月 16 日)

参考文献：

- [1] 徐勇, 高建彪. 借助图形计算器 CAS 功能解高考题[J]. 中国数学教育(高中版), 2012(11): 39-44.
- [2] 徐勇, 高建彪. 一例教材中的函数模型拟合之路的探索[J]. 中国数学教育(高中版), 2014(11): 56-58.
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [4] 章建跃. 理解数学 理解学生 理解教学[J]. 中国数学教育(高中版), 2010(12): 3-7, 15.

HP Prime 图形计算器主要功能键介绍

中间圆盘为方向键，移动光标到四个方向。 屏幕可以触屏选择。 Enter: 执行键。

The image shows the HP Prime calculator interface with various callouts pointing to specific features:

- 切换到包含 18 个应用程序的主页 (Switch to the main page containing 18 applications)
- 切换到符号视图 (Switch to symbol view)
- 切换到图像视图 (Switch to image view)
- 切换到数字视图 (Switch to digital view)
- 切换到数值计算或进入主屏设置 (Switch to numerical calculation or enter main screen settings)
- 变量、语句或字符 (Variables, statements, or characters)
- 函数、语句或内存 (Functions, statements, or memory)
- 橙色功能键 (Orange function key)
- 蓝色功能键 (Blue function key)
- 开机 或 关机 (Power on or power off)
- 返回键或清除数据 (Return key or clear data)
- 切换到帮助界面 (Switch to help screen)
- 查看 或 复制 (View or copy)
- 菜单 或 粘贴 (Menu or paste)
- 切换到代数运算或进入 CAS 设置 (Switch to algebraic calculation or enter CAS settings)
- 不同应用中的字母 (Letters in different applications)
- 数学运算符 (Mathematical operators)
- 逻辑运算符 (Logical operators)
- 矩阵 (Matrix)
- 程序 (Program)
- 上一结果 (Previous result)

HP 安卓及 WIN 模拟器
学习视频等资料网址：
www.gdzssx.com/hp



HP 数学实验室
微信公众号

苹果手机用户可以到应用市场下载 HP Prime 图形计算器免费版。



与会嘉宾登记与问卷调查



您与会后给我们的建议



网络直播平台



网络直播平台问卷调查